MATEMÁTICAS BÁSICAS Clase 3: Exponentes

ELABORÓ ING. EFRÉN GIRALDO TORO

INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO

MEDELLÍN ENERO 2012





Objetivos-Competencias



Al finalizar esta clase Ud. debe:

- ☐ Dominar el trabajo con exponentes normales y fraccionarios.
- ☐ Manejar los radicales y radicales como fraccionarios.
- ☐ Trabajar con la notación científica

¡Recuerde que esto es básico para las clases siguientes!



Contenidos a estudiar

- ☐ Exponentes de expresiones aritméticas y algebraicas
- ☐ Radicación
- ☐ Notación científica.

RECOMENDACIÓN IMPORTANTE

Amigo estudiante:



Este es el tercer peldaño de la escalera de las matemáticas básicas. Si lo entiende y lo estudia bien, no tendrá problemas con su materia. Si no, consulte con sus compañeros, con su profesor o en las asesorías.

¡Saque mínimo 8 horas semanales fuera de clase para estudiar matemáticas. No valen disculpas!.

¡No deje para mañana lo que tiene que hacer hoy!



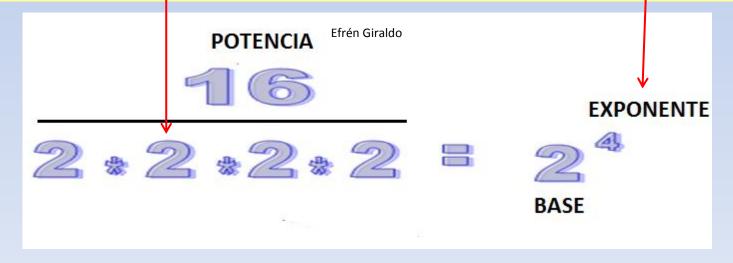
Efrén Giraldo

 Bibliografía base: Precálculo de Stewar página 12-20 y páginas de internet referenciadas

Potencias

Efrén Giraldo

 Una potencia es el resultado de multiplicar un número por sí mismo varias veces. El número que multiplicamos se llama base, el número de veces que multiplicamos la base se llama exponente



Efrén Giraldo

- No obstante algunas veces también se encuentra que potencia es simplemente un exponente:
- a^5 a la potencia 5

• a^5 también se llama potencia

Efrén Giraldo

Exponentes

Si n es un entero positivo, la notación exponencial a^n representa el producto del número real a multiplicado n veces por si mismo.

Efrén Giraldo

$$a^{1} = a$$

$$a^{2} = a \cdot a$$

$$a^{5} = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a$$

Ejemplos

Ejemplo 1
$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

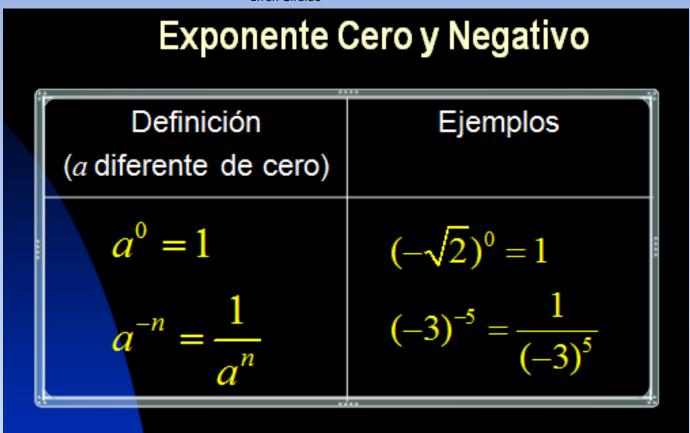
Eiemplo 2
$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right)\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{9}\right)\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{1}{81}$$

Es importante observar que si n es un entero positivo, entonces una expresion $3a^n$

significa
$$3(a^n)$$

pero no!
$$(3a)^n$$

(Pérez, 2011)



Efrén Giraldo

Cualesquier número a la cero es igual a 1 El inverso de a^n es $\frac{1}{a^n}$ que a su vez es a^{-n} • Cuando tenemos una base con un exponente negativo en el numerador, si se quiere pasarla al denominador se puede hacer pero colocándole el exponente positivo a la base y viceversa

• $a^{-n} = 1 / a^n$

i Ojo i

Efrén Giraldo

Es con el signo del exponente no con el signo de la base.

 En general si quiere pasar una base con exponente del numerador al denominador o al contrario, se le cambia de signo al exponente

Elevar una fracción a un número negativo

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

Ffrén Giraldo

Simplemente se invierte la fracción y se deja el exponente positivo.

Ejemplo 5 Simplificación de expresiones con exponentes negativos

Elimine los exponentes negativos y simplifique las expresiones.

a)
$$\frac{6st^{-4}}{2s^{-2}t^2}$$

Solución

(a) Usamos la ley 7, la cual permite pasar un número elevado a una potencia del numerador al denominador, o viceversa, cambiando el signo del exponente.

> t⁻⁴ se baja al denominador y se vuelve t⁴.

$$\frac{6st^{-4}}{2s^{-2}t^2} = \frac{6ss^2}{2t^2t^4}$$
 Ley 7

s⁻² se sube al numerador y se vuelve s².

$$=\frac{3s^3}{t^6}$$
 Ley 1

Efrén Giraldo

$$a^{m}a^{n} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... a}_{m \text{ factores de } a} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... a}_{n \text{ factores de } a}$$

$$5^3$$
. 5^4 =5.5.5×5.5.5= 5^7

• A su vez el producto de dos **potencias de la misma base con exponentes diferentes**, es otra potencia de la misma base cuyo exponente <u>es la</u> suma de los exponentes :

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Efrén Giraldo

$$5^3$$
. $5^4 = 5^7$

Leyes de los exponentes

Efrén Giraldo

$$\triangleright a^m a^n = a^{m+n}$$

$$\triangleright (ab)^n = a^n b^n$$

$$\triangleright (a^m)^n = a^{mn}$$

•
$$(a^{\frac{1}{n}})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

$$>\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$$

$$a \neq 0$$

$$\triangleright \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$b \neq 0$$

$$> a^0 = 1$$

$$a \neq 0$$





- iOJO!
- Una cosa es (ab)^m
 y otra muy distinta (a+b)^m
 acá no vale a^{m+}b^m

Multiplicación de exponentes fraccionarios con misma base:

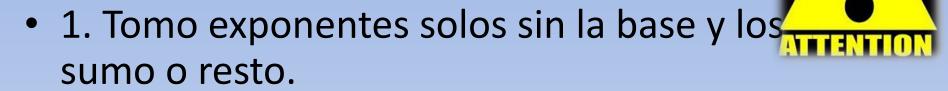


•
$$a^{\frac{1}{3}} * a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}$$

Tomo exponentes solos sin la base y los sumo

• $\frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ = aplico lo de<u>X</u> o lo del mcm

$$a^{\frac{2}{3}} * a^{-\frac{1}{5}} = a^{\frac{2}{3} - \frac{1}{5}}$$



• $\frac{2}{3} - \frac{1}{5}$ = aplico lo de X o lo del mcm

•
$$\frac{7}{15}$$
• $\frac{2}{3} = \frac{1}{5} = \frac{7}{15}$

Aplicaciones de las leyes de los exponentes : simplificación de expresiones algebraicas

Simplificar:

$$(3x^3y^2)(4xy^8)$$

Solución:

$$(3x^{3}y^{2})(4xy^{8}) = (3)(4)(x^{3}x)(y^{2}y^{8})$$
$$= 12x^{4}y^{10}$$

Leyes de los exponentes. Ejercicios

Efrén Giraldo

Escribir læsiguientes expresiones sindenominador, medante d'uso de exponentes negativos

$$\frac{2x^{2}}{y^{-3}}$$

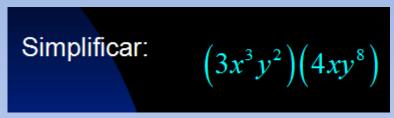
$$\frac{3x^{2}}{2yz^{3}}$$

$$\frac{xy^{-2}}{x^{2}y^{-3}w^{9}}$$

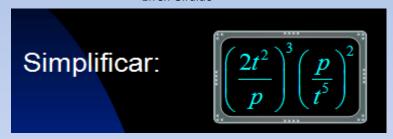
$$\frac{2x^{9}y}{z^{-2}y^{-1}y^{-3}}$$

(Exponentes y radicales.2011

Efrén Giraldo



Efrén Giraldo



(Perez, 2011)

$$a^0 = 1$$
 Efrén Giraldo $a \neq 0$

$$0^0 = 0^{n-n} = 0^n 0^{-n} = \frac{0^n}{0^n} = \frac{0}{0}$$

!!!No existe!!! !!!Es indeterminado!!!

Smplifique el expresiones siguientes expresadolos resultados sin exprentes regativos y sin exporte cero

$$-4(x-3)^{-3}(x+2)^{-5}-3(x-3)^{-4}(x+2)^{-4}$$

$$3(2x+3)^{-1}(3x-2)^{-2}+2(2x+3)^{-2}(3x-2)^{-1}$$

(Exponentes y radicales.2011)

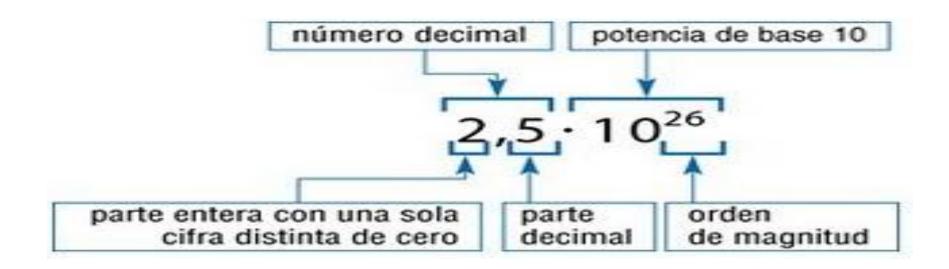
NOTACIÓN CIENTÍFICA

Efrén Giraldo

La notación científica es un método práctico utilizado por los científicos para sintetizar una expresión matemática de base diez que resulta muy extensa, ya sea por lo pequeño que es o por ser un entero muy grande; en términos sencillos es una manera de representar un números muy grandes o muy pequeños, usando unos pocos números, valiéndose de las potencias.

NOTACIÓN CIENTÍIFCA

Expresar un número en notación científica equivale a representarlo mediante un producto de la forma $a.10^n$ donde $1 \le a \le 9$ y n es un número entero



- Se identifica la coma decimal o el punto (si los hay) y la desplazamos hacia la izquierda si el número a que se va convertir es mayor que 10, tantos lugares como sea necesario para que el único dígito que quede a la izquierda de la coma esté entre 1 y 9 y que todos los otros dígitos aparezcan a la derecha de la coma decimal.
- 732,5051 = 7,325051 10² (movimos la coma decimal 2 lugares hacia la izquierda)
- Nótese que la cantidad de lugares que movimos la coma a la izquierda, nos indica el exponente positivo que tendrá la base 10 (si la coma la movemos dos lugares el exponente es 2, si 3 lugares, el exponente es 3, y así sucesivamente...

- Si el número es menor que 1 (empieza con cero coma) la desplazamos hacia la derecha tantos lugares como sea necesario para que el único dígito que quede a la izquierda de la coma esté entre 1 y 9 y que todos los otros dígitos aparezcan a la derecha de la coma decimal.
- 0,005612 = 5,612 10⁻³ (movemos la coma decimal 3 lugares hacia la derecha).
- Nótese que la cantidad de lugares que movemos la coma a la derecha, nos indica el exponente negativo que tendrá la base 10 (si la coma la movemos dos lugares el exponente es -2, si 3 lugares, el exponente es -3, y así sucesivamente...

Nota importante:

Siempre que movemos la coma decimal hacia la izquierda el exponente de la potencia de 10 será positivo.

Siempre que movemos la coma decimal hacia la derecha el exponente de la potencia de 10 será negativo

DERECHA EXPONETE NEGATIVO

IZQUIERDA EXPONENTE POSITIVO

Otro ejemplo, representar en notación científica: 7.856,1

1. Se desplaza la coma decimal hacia la izquierda, de tal manera que antes de ella sólo quede un dígito entero diferente de cero (entre 1 y 9), en este caso el 7. queda así: 7,8561. La coma se desplazó 3 lugares a la izquierda.

2. El número de cifras desplazada a izquierda indica el exponente positivo de la potencia de diez; como las cifras desplazadas son 3, la potencia es de 10³.

Efrén Giraldo

3. Recuerda que el signo positivo en el caso de los exponentes no se anota; se sobreentiende.

Por lo tanto, la notación científica de la cantidad 7.856,1 es: 7,8561 ● 10³

Potencias de 10

Cualquier número seguido de ceros puede expresarse como un producto de dicho número por una potencia de 10 de exponente positivo.

$$5000 = 5 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^{3}$$

 $400 = 4 \cdot 100 = 4 \cdot 10^{2}$
 $30000 = 3 \cdot 10000 = 3 \cdot 10^{4}$

Cualquier número decimal con parte entera nula puede expresarse como el producto de sus cifras decimales diferentes de cero por una potencia de 10 de exponente negativo.

$$0,002 = \frac{2}{1000} = \frac{2}{10^3} = 2 \cdot \frac{1}{10^3} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$0,05 = \frac{5}{100} = \frac{5}{10^2} = 5 \cdot \frac{1}{10^2} = 5 \cdot 10^{-2}$$

http://www.genmagic.net/mates2/nc1c.swf

Notación científica

Notación científica

La parte entera ha de estar comprendida entre el 1 y el 9 (ambos inclusive). Indicaremos con la potencia de 10 los lugares que tendremos que desplazar la coma (exponente positivo hacia la derecha - exponente negativo a la izquierda).

$$5000 = 5 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^3$$

Tomamos como parte entera el 5 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar con ceros 3 lugares a la derecha.

$$256,3 = 2,563 \cdot 10^{2}$$

Tomamos como parte entera el 2 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar la coma 2 lugares a la derecha.

$$0,00438 = 4,38 \cdot 10^{-3}$$

Tomamos como parte entera el 4 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar la coma 3 lugares a la izquierda.

http://www.genmagic.net/mates2/nc1c.swf

Notación científica

Ejemplos

5000 = 5	- 1	0	3
----------	-----	---	---

$$80000 = 8 \cdot 10^4$$

$$400 = 4 \cdot 10^2$$

$$30 = 3 \cdot 10$$

$$7000 = 7 \cdot 10^3$$

$$0,0005 = 5 \cdot 10^{-4}$$

$$0.02 = 2 \cdot 10^{-2}$$

$$0.009 = 9 \cdot 10^{-3}$$

$$46005 = 4,6005 \cdot 10^3$$

$$0.795 = 7.95 \cdot 10^{-1}$$

$$357,4 = 3,574 \cdot 10^{2}$$

$$678,92 = 6,7892 \cdot 10^{2}$$

Recuerda:

La parte entera ha de tener un valor entre 1 y 9 ambos inclusive.

Tomando los cuatro ejemplos de la zona derecha, no sería correcto expresar los números en notación científica como 46,005 / 79,5 / 357,4 / 6789,2 por potencias de 10.

Notación científica

Notación científica

La parte entera ha de estar comprendida entre el 1 y el 9 (ambos inclusive). Indicaremos con la potencia de 10 los lugares que tendremos que desplazar la coma (exponente positivo hacia la derecha - exponente negativo a la izquierda).

$$5000 = 5 \cdot 1000 = 5 \cdot 10^3$$

Tomamos como parte entera el 5 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar con ceros 3 lugares a la derecha.

$$256,3 = 2,563 \cdot 10^{2}$$

Tomamos como parte entera el 2 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar la coma 2 lugares a la derecha.

$$0,00438 = 4,38 \cdot 10^{-3}$$

Tomamos como parte entera el 4 e indicamos con la potencia de 10 que hay que desplazar la coma 3 lugares a la izquierda.

 VER PÁGINA: http://www.genmagic.net/mates2/nc1c.swf

Y HACER EJERCICIOS ITERACTIVOS

frén Giraldo

Antes de sumar o restar cantidades escritas en notacion cientifica, debes estar seguro de que los exponentes sean los mismos. De esta manera sumas o restas los coeficientes y los exponentes serán los mismos.

Ej.
$$0.42 \times 10^{-5} + 6.4 \times 10^{-5} = 6.82 \times 10^{-5}$$

$$4.2 \times 10^6 - 0.64 \times 10^6 = 3.56 \times 10^6$$

Si los exponentes son diferentes:

Ej.

$$4.2 \times 10^6 + 6.4 \times 10^5 =$$

$$4.2 \times 10^6 + 0.64 \times 10^6 = 4.84 \times 10^6$$

$$1.2 \times 1011 - 9.4 \times 1010 =$$

$$1.2 \times 1011 - 0.94 \times 1011 = 0.26 \times 1011 = 2.6 \times 1010$$

Multiplicación y división

Efrén Giraldo

En operaciones de multiplicación con notación científica hay que seguir las leyes de los exponentes para realizar las operaciones.

1. Cuando se multiplican dos números, se multiplican los coeficientes y se suman los exponentes. Por ejemplo:

$$(4.3 \times 10^6) (2 \times 10^2) = 8.6 \times 10^{6+2} = 8.6 \times 10^8$$

 $(4.3 \times 10^6) (2 \times 10^{-2}) = 8.6 \times 10^4$

Efrén Giraldo

2. Cuando se divide dos números, se dividen los coeficientes y los exponentes se restan. Por ejemplo:

$$4.2 \times 10^6 \div 2 \times 10^2 = 2.1 \times 10^4$$

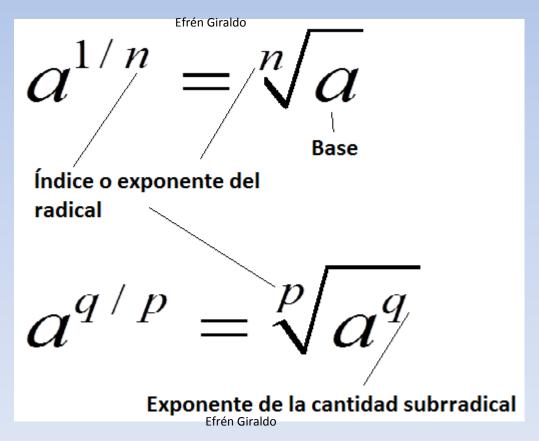
$$4.2 \times 10^6 \div 2 \times 10^{-2} = 2.1 \times 10^8$$

RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa de la potenciación, se representa con el símbolo ${\bf V}$

Efrén Giraldo

Toda la expresión que se ubica dentro del símbolo de raíz es llamada cantidad subradical o radicando, y el número que se ubica arriba y a la izquierda de la raíz es llamado el índice o grado del radical



Efrén Giraldo

Exponentes racionales

Para definir lo que queremos decir con exponente racional o, lo que es lo mismo, exponente fraccionario como $a^{1/3}$, necesitamos usar los radicales. Con objeto de dar significado al símbolo $a^{1/n}$ de manera que sea consistente con las Leyes de los exponentes, tendríamos que tener

$$(a^{1/n})^n = a^{(1/n)n} = a^1 = a$$

Entonces, según la definición de raíz n-ésima,

$$a^{1/n} = \sqrt[n]{a}$$

Efrén Giraldo

• Tomémolo para \sqrt{a} . Significa raíz cuadrada de a, o lo que es lo mismo $\sqrt[2]{a} = a^{1/2}$

Para a≥0

 O sea que para la raíz cuadrada no se requiere colocar el índice 2 en el radical. Y se puede expresar con un exponte fraccionario.

Efrén Giraldo

• Si
$$\sqrt{a} = b$$
 $a^{1/2} = b$ $(a^{1/2})^2 = b^2$ $a^{2/2} = a = b^2$

Al elevar ambos lados al cuadrado.

(Al elevar un radical al cuadrado destruyo el radical)

• Por tanto $\sqrt{a} = b \frac{\text{significa o es lo mismo que}}{a} = b^2$

Efrén Giraldo

• Por lo tanto para destruir el radical \sqrt{a} = b sencillamente elevo al cuadrado ambos lados. a sale afuera, tal cual está adentro del radical y b queda al cuadrado. $a = b^2$

Es muy importante notar también que a no puede ser negativo ($a \ge 0$). Porque si a fuera negativo \sqrt{a} no sería número real sino imaginario.

De la misma manera para la raíz

n-ésina de a

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

Note que el subíndice del radical va al denominador del exponente de a

$$Si \sqrt[n]{a} = b \ entonces \ a^{1/n} = b$$

Efrén Giraldo

Si elevo a la n ambos lados ($a^{1/n}$)ⁿ = $a^{n/n} = a = b^n$

Entonces $\sqrt[n]{a} = b$ es lo mismo que $a = b^n$

$$\sqrt[4]{81} = 3$$
 porque $3^4 = 81$ y $3 \ge 0$
 $\sqrt[3]{-8} = -2$ porque $(-2)^3 = -8$

Propiedades de las raíces n-ésimas

Propiedad

1.
$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$$

$$2. \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

3.
$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$$

4.
$$\sqrt[n]{a^n} = a$$
 si n es impar

5.
$$\sqrt[n]{a^n} = |a| \sin n \operatorname{es par}$$

Efrén Giraldo MOO

$$\sqrt[3]{-8 \cdot 27} = \sqrt[3]{-8} \sqrt[3]{27} = (-2)(3) = -6$$

$$\sqrt[4]{\frac{16}{81}} = \frac{\sqrt[4]{16}}{\sqrt[4]{81}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[3]{729} = \sqrt[6]{729} = 3$$

$$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5, \quad \sqrt[5]{2^5} = 2$$

$$\sqrt[4]{(-3)^4} = |-3| = 3$$

 La mejor manera de trabajar operaciones con radicales <u>es reduciéndolos a exponentes</u> fraccionarios y trabajarlos como tales

Ejemplo 10 Uso de la definición de los exponentes racionales

a)
$$4^{1/2} = \sqrt{4} = 2$$

b)
$$8^{2/3} = (\sqrt[3]{8})^2 = 2^2 = 4$$
 Otra solución: $8^{2/3} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$

c)
$$125^{-1/3} = \frac{1}{125^{1/3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{125}} = \frac{1}{5}$$

d)
$$\frac{1}{\sqrt[3]{x^4}} = \frac{1}{x^{4/3}} = x^{-4/3}$$

Ejemplo 11 Uso de las Leyes de los exponentes con exponentes racionales

a)
$$a^{1/3}a^{7/3} = a^{8/3}$$

Ley 1:
$$a^m a^n = a^{m+n}$$

b)
$$\frac{a^{2/5}a^{7/5}}{a^{3/5}} = a^{2/5 + 7/5 - 3/5} = a^{6/5}$$

Ley 1, Ley 2:
$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

c)
$$(2a^3b^4)^{3/2} = 2^{3/2}(a^3)^{3/2}(b^4)^{3/2}$$

= $(\sqrt{2})^3a^{3(3/2)}b^{4(3/2)}$
= $2\sqrt{2}a^{9/2}b^6$

Ley 3:
$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Ley 4: $(abc)^n = a^n b^n c^n$

d)
$$\left(\frac{2x^{3/4}}{y^{1/3}}\right)^3 \left(\frac{y^4}{x^{-1/2}}\right) = \frac{2^3(x^{3/4})^3}{(y^{1/3})^3} \cdot (y^4 x^{1/2})$$

$$= \frac{8x^{9/4}}{y} \cdot y^4 x^{1/2}$$

$$=8x^{11/4}y^3$$

Radicales

Si n es un entero positivo mayor de 1 y a es un número real , la raíz enésima de a se define como:

donde n es el índice del radical y el número a se denomina radicando

- 1) Si a=0, entonces $\sqrt[n]{a}=0$
- 2) Si a > 0, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real

positivo b tal que $b^n = a$

- 3) Si a < 0 y n es non, entonces $\sqrt[n]{a}$ es el número real negativo b tal que $b^n = a$
- 4) Si a < 0 y n es par, entonces $\sqrt[n]{a}$ no es un número real

(Pérez, 2011)

Ejemplos:

$$\sqrt{16} = 4$$
 porque $4^2 = 16$

$$\sqrt{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$$
 porque $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$
 porque $(-2)^3 = -8$

$$\sqrt[4]{-16}$$
 no es un número real

FLABORÓ ING. FFRÉN GIRALDO T.



- ULEGO DE ESTA TERCERA **CLASE** UD. AMIGO ESTUDIANTE, **TIENE QUE DOMINAR** TODOS LOS CONCEPTOS PROFUNDAMENTE DE LA
 1,2 Y 3 CLASE. DE LO CONTRARIO VUELVA REPASE, ESTUDIE,
 CONSULTE, REÚNASE, INVESTIGUE. HAGA ALGO.
- SI NO LO HACE TIENE PROBLEMAS EN SU MATERIA Y ESTÁ DANDO OTRO PASO PARA PERDERLA Y POSIBLEMENTE PERDER TAMBIÉN SU CARRERA Y HASTA ARRUINAR SU VIDA.



TRABAJO EN CASA



- Estudiar Stewart Sección 1.2 páginas 12 a 20
- Volver hacer los ejercicios hechos en clase y los resueltos de Stewart.
- Hacer ejercicios 1.2 página 21 de Stewar
- Lectura previa a clase 4 páginas 24 a 27 Stewart





BIBLIOGRAFÍA

Exponentes y radicales. 2011. Tomado el 6 agosto de 2011 de:

http://www.google.com.co/#hl=es&xhr=t&q=exponentes+PPT&cp=14&pq=exponentes&pf=p&sclient=psy&rlz =1R2RNRN esCO432&source=hp&aq=0v&aqi=g-v1&aql=&oq=exponentes+PPT&pbx=1&fp=9c761940aeac1121&biw=1024&bih=561

- Pérez, Ernesto S -Cisneros. 2011. Curso de Matemáticas Preuniversitarias. Tomado el 6 de agosto de 2011 de : http://www.quimica.izt.uam.mx/CursosComp/ExpyRad.pps
- Guaura, R. y Ramírez, J.(2011). Tomado el 6 agosto 2011 de:

 <a href="http://www.google.com.co/#hl=es&xhr=t&q=exponentes+PPT&cp=14&pq=exponentes&pf=p&sclient=psy&rlz=1R2RNRN_esCO432&source=hp&aq=0v&aqi=g-v1&aql=&oq=exponentes+PPT&pbx=1&fp=9c761940aeac1121&biw=1024&bih=561.
- http://www.genmagic.net/mates2/nc1c.swf

Steawrt. (2007). Precálculo