

25.  $r = \cos \theta + \operatorname{sen} \theta$ ; centro  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$ , radio  $= \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
30. Parábola; vértice  $(\frac{5}{4}, \pi)$ ; longitud del lado recto  $= 5$ ; ecuación rectangular:  $4y^2 - 20x - 25 = 0$ .
31. Elipse; centro  $\left(\frac{3}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$ ; vértices  $\left(\frac{3}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ,  $\left(3, \frac{3\pi}{2}\right)$ ;  $2a = \frac{9}{2}$ ;  $2b = 3\sqrt{2}$ ; longitud del lado recto  $= 4$ ; ecuación rectangular:  $9x^2 + 8y^2 + 12y - 36 = 0$ .
32. Hipérbola; centro  $(1, 0)$ ; vértices  $(\frac{1}{2}, 0)$ ,  $(-\frac{3}{2}, 0)$ ;  $2a = 1$ ;  $2b = \sqrt{3}$ ; longitud del lado recto  $= 3$ ; ecuación rectangular:  $12x^2 - 4y^2 - 24x + 9 = 0$ .
33. Vértice  $\left(\frac{p}{2}, \pi\right)$ ; directriz:  $r \cos \theta = -p$ .

## Grupo 41, p. 263

1. Espiral de Arquimedes,  $r = k\theta$ .
2. Espiral hiperbólica o recíproca,  $r\theta = k$ .
3. Espiral parabólica,  $r^2 = k\theta$ .
4. Espiral logarítmica o equiangular,  $\log r = k\theta$ .
5. Lituus,  $r^2\theta = k$ .
6.  $y^2 = \frac{x^3}{2a-x}$ .
7. Circunferencia,  $r = a \cos \theta$ .
8. Circunferencia,  $r = \frac{1}{2}a \cos \theta$ .
9. Circunferencia,  $r = \frac{3}{2}a \cos \theta$ .
10. Rosa de cuatro hojas,  $r = a \operatorname{sen} 2\theta$ .
11.  $r = 2a \cos^2 \theta$ .
12.  $r = 2a \operatorname{sen}^2 \theta$ .
13. Circunferencia,  $r = 2a(\cos \theta + \operatorname{sen} \theta)$ .
14.  $r = 2a \cos \theta + a \operatorname{sen} 2\theta$ .
15.  $r = 2a \cos \theta(1 + \cos \theta)$ .
16.  $r = 2a \operatorname{sen} \theta + k$ .
17. Cardioide.

## Grupo 42, p. 269

5.  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ .
7.  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ .
8.  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$ .
9.  $xy = 6$ .
10.  $x^2 = 2y + 4$ .
11.  $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ .
14.  $\frac{(x - 2)^2}{9} + \frac{(y + 3)^2}{4} = 1$ .
15.  $\frac{(x + 1)^2}{4} - \frac{(y - 2)^2}{1} = 1$ .
17.  $x^{\frac{5}{2}} + y^{\frac{5}{2}} = a^{\frac{5}{2}}$ .
20.  $x^{\frac{5}{2}} + y^{\frac{5}{2}} = a^{\frac{5}{2}}$ .
21.  $x^3 + y^3 = a^3$ .
25.  $20x^2 - 4xy + 13y^2 = 256$ .
28.  $x^3 + y^3 - 3axy = 0$ .
29.  $x^3y^3 + b^2x^3 = a^2y^2$ .
31.  $2y^3 + x - 1 = 0$ .
33.  $2x^3 + y - 1 = 0$ .
35.  $xy^2 - x + 2y = 0$ .
38.  $4x^3 - 3x + y = 0$ .

## Grupo 43, p. 278

8.  $x = 2 - \frac{1}{13}st$ ,  $y = -1 + \frac{5}{13}st$ .  
 13.  $x = a \operatorname{arc} \cos \frac{a-y}{b} \mp \sqrt{b^2 - a^2 + 2ay - y^2}$ .  
 20.  $x = a \cos \theta + a\theta \operatorname{sen} \theta$ ,  $y = a \operatorname{sen} \theta - a\theta \cos \theta$ .

## Grupo 44, p. 283

1.  $x^2 + y^2 = 2a^2$ .                            9.  $(x^2 + y^2)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2$ .  
 2. Directriz:  $x = -p$ .                            11.  $(x^2 + y^2)^2 = a^2 x^2 - b^2 y^2$ .  
 3. Círculo director:  $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$ .    15.  $kx = p$ .  
 4.  $x^2 + y^2 + ax = 0$ .                            16.  $kx^2 - y^2 = ka^2 - b^2$ .  
 5.  $b^2 x^2 + a^2 y^2 + ab^2 x = 0$ .            17.  $x^2 - y^2 + 6px + p^2 = 0$ .  
 6.  $2x^2 - 2xy + 2x - y = 0$ .                    18.  $x^2 + y^2 = a^2$ ,  
 7.  $(k^2 + k)^2 x^2 + (k+1)^2 y^2 = k^2 l^2$ .    19.  $x^2 + y^2 = a^2$ .  
 8. El eje Y.                                        20.  $(x^2 + y^2 + 2x)^2 = 4(x^2 + y^2)$ .

## Grupo 49, p. 320

8. 18;  $\sqrt{22}$ .                                    11.  $35^\circ 16'$ .                                        20.  $3\sqrt{5}$ .

## Grupo 50, p. 326

1.  $3\sqrt{6}$ .                                        5.  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ .  
 3. 21,91.    7. 7 unidades del origen.  
 8.  $2\sqrt{5}$  del eje X;  $\sqrt{13}$  del eje Y; 5 del eje Z.  
 11.  $3\sqrt{10}$  sobre el plano XY.                    12. 3.                                    14. 3; -1.  
 15. Superficie esférica:  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 8z - 4 = 0$ .  
 16. Plano:  $10x - 4y - 4z - 1 = 0$ .            18.  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, \frac{3}{4})$ .  
 19.  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 5)$ ;  $(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 3)$ ;  $(1, 1, 4)$ .  
 20.  $(-2, 1, 4)$ .                                    22.  $x = 9$ ,  $z = 5$ .  
 21. 3.    23.  $(3, 0, 3)$ .

## Grupo 51, p. 332

1.  $\frac{\sqrt{3}}{15}, -\frac{7}{15}\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$ .                    4.  $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0$ .  
 2.  $-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{4}$ .                            5.  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ .  
 3.  $\pm \frac{3}{4}$ .

6.  $\pm \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{1}{2}.$       11.  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, 0.$   
 7.  $\pm \frac{1}{2}\sqrt{3}, \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}, \pm \frac{1}{2}\sqrt{3}.$       14.  $(5, 6, 0).$   
 8.  $54^\circ 44'; 125^\circ 16'.$       15.  $(2, 0, 9).$   
 10.  $45^\circ 6 135^\circ.$       16.  $\pm \frac{1}{2}\sqrt{21}, \pm \frac{1}{2}\sqrt{21}, \mp \frac{1}{2}\sqrt{21}.$   
 17.  $\frac{1}{2}\sqrt{11}, \frac{1}{2}\sqrt{11}, -\frac{1}{2}\sqrt{11}.$

## Grupo 52, p. 339

1.  $\frac{1}{2}\sqrt{21}.$       17.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-7} = \frac{z-1}{4}.$   
 2.  $76^\circ 14'.$       18.  $\frac{x-4}{2} = \frac{y-11}{3} = \frac{z+2}{-1}.$   
 4.  $88^\circ 17'.$       19.  $x = 1, z = 4.$   
 5.  $100^\circ 59'.$       20.  $(-2, 3, 0).$   
 8.  $65^\circ 54'.$       21.  $(0, 2, -3).$   
 9.  $25^\circ 45'; 107^\circ 17'; 46^\circ 58'.$       22.  $[6, -7, 1] \text{ ó } [110, -71, 47].$   
 10.  $53^\circ 58'; 36^\circ 2'.$       23.  $(7, -4, 4).$   
 11.  $6, 8.$       24.  $y = -2, z = 2.$   
 13.  $12.$       25.  $(4, 2, 5).$   
 14.  $21.$   
 15.  $[2, -5, -11].$   
 16.  $[7, 56, 66].$

## Grupo 53, p. 347

1.  $x - 4y + 2z - 15 = 0.$       5.  $3x - 3y + 4z + 2 = 0.$   
 2.  $3x - 12y - 4z + 11 = 0.$       6.  $3x - 7y + 3z + 11 = 0.$   
 3.  $x - 2y + z - 6 = 0.$       7.  $5x + 2y - z = 17.$   
 4.  $3x + 2y - 6z - 16 = 0.$   
 9.  $x + \sqrt{2}y + z - 8 + \sqrt{2} = 0; x + \sqrt{2}y - z - 2 + \sqrt{2} = 0.$   
 10.  $z = 9.$       22.  $24.$   
 11.  $y + 5 = 0.$       23.  $20.$   
 12.  $x - 3y + 8z - 15 = 0.$       24.  $42.$   
 20.  $21.$       25.  $20.$

## Grupo 54, p. 355

1.  $3x - 5y - 15z + 15 = 0.$       15.  $x + 2y + z + 6 = 0.$   
 3.  $x + 8y + 13z - 22 = 0.$       16.  $5x - 9y - 8z - 30 = 0.$   
 6.  $81^\circ 50'.$       18.  $7x + 8y - z - 10 = 0.$   
 7.  $81^\circ 7'.$       19.  $x + 7y - 3z + 4 = 0.$   
 13.  $4y - 3z + 26 = 0.$       21.  $11y + 4z - 5 = 0.$   
 14.  $2x - 3y = 10.$       22.  $x + 4y = 0.$

23.  $5x + y - 8z - 24 = 0$ .  
 24.  $5x + 5y + (8 + 3\sqrt{6})z - 20 = 0$ ;  $5x + 5y + (8 - 3\sqrt{6})z - 20 = 0$ .  
 25.  $11x - 7y - 16z - 64 = 0$ .      26.  $k = 6$ .  
 27.  $21x + (40 + 3\sqrt{170})y - 7z - 28 = 0$ ;  $21x + (40 - 3\sqrt{170})y - 7z - 28 = 0$ .  
 28.  $9x + 6y - z = 1$ .

**Grupo 55, p. 363**

1.  $\sqrt{2}x + y + z - 10 = 0$ ;  $\sqrt{2}x + y - z - 10 = 0$ .  
 7.  $2x - 6y - 3z + 35 = 0$ ;  $2x - 6y - 3z - 35 = 0$ .  
 8.  $k = \pm 2$ .      14.  $- \frac{24}{13}$ .  
 9.  $\frac{1}{6}x + \frac{1}{6}y - \frac{5}{6}z - 2 = 0$ .      15. 5.  
 10. 5.      16. 7.  
 11.  $\frac{3}{2}\sqrt{6}$ .      18. 6.  
 12. 1.      19. 33.  
 13. - 2.  
 20.  $2x - y + 2z - 15 = 0$ ;  $2x - y + 2z - 3 = 0$ .  
 21.  $k = 3$ ,  $\frac{3}{2}$ .  
 24.  $7x - y + 2z + 9 = 0$ ;  $5x + 7y - 14z + 27 = 0$ .  
 25.  $131x + 19y - 10z = 0$ ;  $23x - 107y + 98z + 396 = 0$ .  
 26.  $4x + 3y - 2z = 0$ ;  $5y - 6z + 12 = 0$ .  
 33. 40.

**Grupo 56, p. 368**

1.  $2x - 3y + 2z - 22 = 0$ .      3.  $4x - 2y + 3z - 21 = 0$ .  
 2.  $2x - y + z + 7 = 0$ .      4.  $x + 3y - 2z - 6 = 0$ .  
 5.  $x - 2y + 2z - 6 = 0$ ;  $x - 2y + 2z + 6 = 0$ .  
 6.  $7x + 3y - 2z + 8 = 0$ .      9.  $x + 7y = 4$ .  
 7.  $3x + 2y + 4z \pm 12 = 0$ .      10.  $6x + 7y - 5z = 0$ .  
 8.  $3x - y - 10 = 0$ .  
 11.  $x - 2y + 2z = 6$ ;  $9x - 12y + 8z = 34$ .  
 12.  $2x - 3y + 6z - 21 = 0$ ;  $92x + 327y - 96z - 1059 = 0$ .  
 13.  $2x + 2y + z - 19 = 0$ .  
 14.  $8x - 4y + z - 1 = 0$ ;  $2x - y - 2z + 5 = 0$ .  
 15.  $x - 2y + 3z + 2 = 0$ .      23.  $(1, 0, - 1)$ .  
 16.  $3x - y + 2z + 7 = 0$ .      24.  $4x - 2y + z = 11$ .  
 17.  $5x + y + 8z - 14 = 0$ .      25.  $2y + z + 1 = 0$ .  
 21.  $(2, - 1, 1)$ .

## Grupo 57, p. 375

2.  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{6}$ .      5.  $\frac{x+2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ ,  $y = 4$ .  
 3.  $\frac{x-4}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-5}{3}$ .      6.  $x = 6$ ,  $\frac{y-3}{4} = \frac{z+2}{7}$ .  
 7.  $\frac{x-4}{\sqrt{2}} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{1}$ ;  $\frac{x-4}{\sqrt{2}} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-4}{-1}$ .  
 8.  $x = 3$ ,  $\frac{y+2}{-2} = \frac{z-7}{7}$ .      19.  $\frac{x-3}{8} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-3}$ .  
 9.  $x = 3$ ,  $y = -4$ .      20.  $34^\circ 22'$ .  
 10.  $x = -2$ ,  $y = 1$ .      23.  $\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{5}$ .  
 17.  $\frac{x+7}{2} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+5}{-10}$ .      24.  $x = 5$ ,  $\frac{y}{3} = \frac{z-7}{-4}$ .  
 18.  $x+6 = y-5 = 3-z$ .      26.  $y = 3$ ,  $z = -4$ .  
 33.  $x = 6 + \frac{1}{2}t$ ,  $y = -4 - \frac{\sqrt{2}}{2}t$ ,  $z = 2 + \frac{1}{2}t$ ;  
        $x = 6 + \frac{1}{2}t$ ,  $y = -4 - \frac{\sqrt{2}}{2}t$ ,  $z = 2 - \frac{1}{2}t$ .  
 34.  $x = 5 + \frac{3}{2}t$ ,  $y = -3 - \frac{3}{2}t$ ,  $z = \frac{3}{2}t$ .  
 35.  $x = 1 + \frac{3}{2}t$ ,  $y = 2 + \frac{3}{2}t$ ,  $z = -3 + \frac{3}{2}t$ .

## Grupo 58, p. 381

13.  $3x + 5y - 4z + 4 = 0$ .      22.  $134^\circ 11'$ .  
 14.  $5x + 16y + 3z + 2 = 0$ .      25.  $70^\circ 54'$ .  
 15.  $(2, 1, 0)$ ,  $(\frac{1}{2}, 0, -\frac{5}{2})$ ,  $(0, 7, 10)$ .

## Grupo 59, p. 386

1.  $4^\circ 6'$ .      6. 11.      9.  $\frac{1}{4}\sqrt{3}$ .  
 2.  $12^\circ 33'$ .      7. 9.      10.  $\frac{3}{8}\sqrt{6}$ .  
 5. 7.      8. 3.      11.  $3x - y - 2z + 4 = 0$ .  
 12.  $2x + 7y + 13z - 19 = 0$ .      23.  $29x + 9y + z - 72 = 0$ .  
 13.  $\frac{x-7}{11} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z-9}{-12}$ .      24.  $\frac{x-5}{1} = \frac{y-1}{-13} = \frac{z+1}{-8}$ .  
 15.  $\frac{x-6}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z+2}{5}$ .      25.  $\frac{x-1}{21} = \frac{y-6}{31} = \frac{z+5}{-60}$ .  
 16.  $7x + 6y + z - 4 = 0$ .      26.  $27x + 19y - 21z + 53 = 0$ .  
 17.  $x - 9y - 17z + 3 = 0$ .      27.  $11x + 15y - 4z + 67 = 0$ .  
 18. 2.      28.  $\frac{5}{11}\sqrt{11}$ .  
 19.  $5x - 18y - 7z + 19 = 0$ .      29.  $3x - 4y + 8z - 8 = 0$ .  
 20.  $2x + 10y - 7z - 7 = 0$ .  
 22.  $11x - 7y - 8z = 49$ .      30. 2.

## Grupo 61, p. 398

2.  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 4z + 3 = 0.$   
 3.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x = 17.$  8.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2z = 44.$   
 4. Centro  $(4, -3, 6)$ :  $r = 7.$  10.  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 2z = 70.$   
 5.  $16\pi$  unidades cuadradas. 11.  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z = 3.$   
 6.  $x^2 + y^2 + z^2 + 6y - 4z = 4.$  18.  $5x - 3y + 5z + 1 = 0.$   
 19.  $8x + 2y + 8z + 17 = 0,$   $3x + 2y + 2z - 12 = 0.$   
 20.  $\left(-\frac{551}{32}, \frac{235}{16}, \frac{39}{32}\right).$   
 21.  $x^2 + y^2 + z^2 - 19x - 32y - 21z + 70 = 0.$   
 22.  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 4z + 8 = 0;$   
 $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 24y + 22z + 44 = 0.$   
 25.  $\left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2}, \sqrt{2}\right).$   
 26.  $\left(5, \frac{\pi}{2}, \text{arc tg}(-\frac{5}{3})\right), (7, \text{arc cos } \frac{3}{4}, \text{arc tg } \frac{1}{2}).$   
 27.  $r = 4 \sin \phi \sin \theta.$   
 28. a)  $\theta = \text{arc tg}(-\frac{1}{2})$ ; b)  $r \sin \phi \sin \theta = 2$ ; c)  $r \sin \phi = 2$ ;  
 d)  $r^2 \sin^2 \phi + 2r^2 \cos^2 \phi = 4$ ; e)  $\phi = 45^\circ, \phi = 135^\circ.$   
 30. a)  $x^2 + y^2 + z^2 = 16;$  b)  $y = 7;$  c)  $x^2 + y^2 + z^2 - 3z = 0.$

## Grupo 62, p. 405

10.  $y^2 + z^2 + 2yz - 4x + 4z = 0.$  15.  $x^2 + y^2 = 4, z = 0; [1, 2, -1].$   
 11.  $x^2 + 5y^2 + z^2 - 4xy + 2yz - 1 = 0.$  16.  $2y^2 + z^2 = 2, x = 0; [1, 2, 3].$   
 12.  $x^2 - y^2 - 4z^2 - 4yz - 1 = 0.$  17.  $xz = 1, y = 0; [2, -1, 0].$   
 13.  $x^2 + 4z^2 - 4xz + y - 1 = 0.$  18.  $x^2 + z^2 - 2z = 0.$   
 14.  $4x^2 + 64y^2 + z^2 - 32xy + 4z = 0.$  19.  $x^2 + z^2 + 2xz + 2x - 2z = 1.$   
 20.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -2\right), (-1, \sqrt{3}, 4).$   
 21.  $(5, \text{arc tg } \frac{1}{2}, -7), (13, \text{arc tg}(-\frac{1}{3}), 8).$   
 22. a)  $\theta = \text{arc tg } 2;$  b)  $r = 2 \sin \theta;$  c)  $r^2 + z^2 = 4;$   
 d)  $r^2 \cos^2 \theta - z^2 = 4;$  e)  $r^2 \sin^2 \theta = 4z.$   
 23. a)  $x^2 + y^2 = 4;$  b)  $x^2 + y^2 = z^2;$  c)  $x^2 + y^2 = 4x;$   
 d)  $x + y - z = 4;$  e)  $y^2 + 4z^2 = 4.$

## Grupo 63, p. 410

1.  $x^2 + y^2 = z^2.$  2.  $z^2 + 2xy = 4y.$   
 3.  $8x^2 - 9y^2 - 9z^2 - 6xy + 22x + 12y + 5 = 0.$   
 4.  $4x^2 - 7y^2 - 16z^2 - 4xy - 16yz + 12x + 26y + 48z = 31.$   
 5.  $4x^2 - yz^2 = 0.$

18.  $x^2 - y^2 + z^2 = 0.$       20.  $8\sqrt[3]{\pi}$  unidades cúbicas.  
 19.  $xy + xz + yz = 0.$       21.  $9\sqrt{2}\pi$  unidades cuadradas.  
 22. a)  $\phi = \arctg (\pm \sqrt{2});$  b)  $r = \pm \sqrt{2}z.$

## Grupo 64, p. 414

5.  $x^2 + y^2 - z^2 \operatorname{tg}^2 \phi = 0.$       14.  $x^2 + z^2 + 2y = 6.$   
 6.  $y^2 + z^2 - 4px = 0.$       15.  $x^2 + y^2 - 2z^2 + 4z = 6.$   
 7.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$       16.  $9x^2 + 9y^2 - 4z^2 + 24z = 36.$   
 9.  $x^2 + y^2 + z^2 = 4.$       17.  $y^4 - 4x^2 - 4z^2 = 0.$   
 10.  $9x^2 - y^2 - z^2 = 0.$       18.  $x^6 - y^2 - z^2 = 0.$   
 11.  $x^2 + z^2 - 2y = 0.$       19.  $z = e^{\sqrt{x^2 + y^2}}.$   
 12.  $y^2 - x^2 - z^2 = 4.$       20.  $x^2 z^2 + y^2 z^2 = 1.$   
 13.  $9x^2 + 4y^2 + 9z^2 = 36.$       27.  $r \operatorname{sen}^2 \phi - 2 \cos \phi = 0.$   
 30.  $(x^2 + y^2 + z^2 + b^2 - a^2)^2 = 4b^2(y^2 + z^2).$       28.  $r^2 \cos^2 \theta + 4r^2 \operatorname{sen}^2 \theta + 4z^2 = 4.$   
 29.  $5x^2 + 9y^2 + 9z^2 = 45.$

## Grupo 65, p. 418

1.  $x^3 - 4y^3 = 4.$       6.  $xy + xz + yz = 0.$   
 2.  $x^2 + y^2 - 9z^2 = 0.$       22.  $y^2(x-1)^2 = x(x+z-1)^2.$   
 3.  $x^2 + y^2 - 4z^2 = 4.$       23.  $y^2 z^6 - z^6 + 2xz^3 - x^2 = 0.$   
 4.  $x^2 - 9y^2 + 9z^2 = 9.$       24.  $4x^2 = (4-y^2)(2-z)^2.$   
 5.  $x^2 - 4y^2 = z.$       25.  $36z^2 = (x-3)^2(4-y^2).$

## Grupo 66, p. 423

2.  $P_1(2, 0, 7), P_2(-6, 4, 7).$       9.  $2x'^2 + 2y'^2 + 2z'^2 = 7.$   
 3.  $P_1(-4, 1, -3), P_2(-1, -6, -2).$       10.  $y'^3 = z'^2.$   
 4.  $x'^2 + y'^2 - 4z'^2 = 0.$       14.  $(2, 7, 1).$   
 6.  $2x'^2 + 3z'^2 = 6.$       15.  $(3, -6, 9).$   
 7.  $9x'^2 + 4y'^2 + 36z'^2 = 36.$       18.  $x'^2 - y'^2 + z'^2 = 0.$   
 8.  $x'^2 - 4y'^2 + 2z'^2 = 4.$       19.  $4x'^2 + 4y'^2 + z'^2 = 4.$

## Grupo 67, p. 436

8.  $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4.$       21.  $x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 7.$   
 9.  $8\sqrt{2}\pi$  unidades cúbicas.      32.  $x^2 - 2y^2 = 2z.$   
 20.  $x^2 + y^2 - z^2 = 4.$

## Grupo 70, p. 450

1.  $(1, 2, 3).$       3.  $(0, 4, 6), (-4, 3, 3).$       4.  $(2, 0, 0), (-2, 0, 0).$

## INDICE ALFABETICO

### A

- Abscisa, 5.  
Adición de ordenadas, 309.  
Agnesi, 290.  
Alfabeto griego, 462.  
Aigebra, fórmulas, 457.  
Amplitud, 296.  
Angulo,  
    cóncavo, 16.  
    de dos curvas, 124.  
    de dos planos, 350.  
    de dos rectas, 20.  
        dirigidas, 16, 333.  
    de fase, 297.  
    generador, 414.  
    de inclinación, 17.  
    de una recta y un plano, 384.  
    vectorial, 238.  
Angulos directores, 328.  
Anillo de ancla, 416.  
Arco parabólico, 167.  
Area de un triángulo, 86.  
Argumento, 238.  
Arquímedes, 244, 250.  
Artificio de los números directores, 338.  
Asíntotas,  
    de una curva, 41.  
    de la hipérbola, 198.  
Astroide, 277.

### B

- Baricentro, 16.  
Bernoulli, 248.  
Bifoliada, 295.  
Bisectrices, 84.
- Boyle, 290.  
Braquistocrona, 274.  
Bruja, 290.

### C

- Caracol, 249, 262.  
Cardioide, 247, 249, 264.  
    ecuaciones paramétricas de la, 276.  
Cassini, 263.  
Catenaria, 311.  
Centro,  
    de gravedad del triángulo, 327.  
    radical, 118, 399.  
    de simetría, 35.  
Centroide del tetraedro, 327.  
Ciclo, 296.  
Cicloide, 268, 272.  
Cilindro,  
    hiperbólico, 438.  
    parabólico, 394.  
Cilindros proyectantes, 444.  
Círculo director, 281.  
Circuncentro, 64.  
Circunferencia, 99.  
    cuerda de contacto, 129.  
    determinada por tres condiciones, 106.  
    ecuación,  
        canónica, 100.  
        en coordenadas polares, 254.  
        en forma de determinante, 108.  
        forma ordinaria, 99.  
        general, 103.  
        de una tangente, 125.  
    ecuaciones paramétricas, 265.  
    evolvente de la, 279.  
    exinscrita, 110.

- Circunferencia,**  
de los nueve puntos, 132.  
**Cisoide.** 45, 249, 262, 291.  
**Colineales,** 88.  
**Concíclicos,** 108.  
**Concoide,** 249, 264, 292.  
**Condición necesaria y suficiente,** 19.  
**Cónica,**  
definición analítica, 212.  
definición geométrica, 220.  
no central, 210.  
**Cónicas,**  
auto-ortogonales, 231.  
centrales, 210.  
coaxiales, 230.  
en coordenadas polares, 256.  
degeneradas, 210.  
género,  
elipse, 216.  
hipérbola, 216.  
parábola, 216.  
homofocales, 209, 229.  
representación paramétrica, 269.  
resumen, 211.  
**Cono asintótico,** 431.  
**Conoide,** 419.  
**Construcción,**  
de curvas, 43, 244, 446.  
en coordenadas polares, 244.  
del espacio, 446.  
de superficies, 392.  
de volúmenes, 451.  
**Coordenadas,**  
cilíndricas, 403.  
esféricas, 396.  
polares, 237.  
par principal, 239.  
rectangulares, 6.  
**Cosecantoidé,** 300.  
**Cosenos directores,** 328.  
**Cosinusoidé,** 299.  
**Cottangentoide,** 300.  
**Cramer,** 459.  
**Cruciforme,** 295.  
**Cuadrante,** 5.  
**Cuadratura del círculo,** 293.  
**Cuádricas,** 425.  
con centro, 426.  
sistema de 375.  
sin centro, 426, 433.  
**Cuádricas,**  
clasificación, 427.  
homofocales, 439.  
**Cuerda,**  
de contacto, 129, 164, 190, 209.  
de la elipse, 174.  
focal, 150, 174, 192.  
de la hipérbola, 192.  
de la parábola, 150.  
**Curva,**  
de Agnesi, 290.  
alabeadas, 440.  
algebraica, 286.  
de error, 307.  
exponencial, 306.  
de Lamé, 295.  
logarítmica, 304.  
pedal, 282.  
plana de grado superior, 287.  
polinomial, 287.  
de probabilidad, 307.  
**Curvas,**  
circundantes, 312.  
compuestas, 309.  
en el espacio, 440.  
ortogonales, 124.  
planas, 441.  
polinomias, 287.  
potenciales, 289.  
trascendentales, 286.  
trigonometrías inversas, 301.
- D**
- Descartes, 10, 295.  
Determinantes, 458.  
**Diámetro,** 164, 174, 190, 192, 210.  
**Diámetros conjugados,** 190, 210.  
**Directriz,** 149, 220, 223, 224, 400, 406.  
Discusión de una ecuación, 33.  
Distancia entre dos puntos, 5, 11, 251, 321.  
División de un segmento, 12, 323.  
Duplicación del cubo, 291.
- E**
- $e^x$  y  $e^{-x}$ , valores de, 468.  
**Ecuación,**  
discusión de una, 33.

- Ecuación.**  
 general de segundo grado.  
   con dos variables, 212.  
   con tres variables, 425.  
 homogénea, 408.  
 lineal, 65, 66.  
 de un lugar geométrico, 33, 50.  
 polar, 240.  
 de la recta en el plano, 56.  
   en coordenadas polares, 253.  
   dada por dos condiciones, 67.  
   dada su pendiente y la ordenada  
     en el origen, 59.  
 forma de determinante, 89.  
 forma general, 65.  
 forma normal, 72.  
 forma punto y pendiente, 58.  
 forma simétrica, 61.  
 que pasa por dos puntos, 60.  
 rectangular, 240.  
 de segundo grado, 457.
- Ecuaciones.**  
 de las bisectrices, 84.  
 equivalentes, 244.  
 factotizables, 47.  
 paramétricas, 266, 375, 397,  
   404, 448.  
 reciprocas, 143.  
 de la recta en el espacio, 371.  
   forma general, 371.  
   forma paramétrica, 375.  
   forma simétrica, 372.  
   planos proyectantes, 377.  
   que pasa por dos puntos, 374.  
 de transformación, 133.
- Eje.**  
 conjugado, 192.  
 focal, 173, 192.  
 mayor, 173.  
 menor, 174.  
 normal, 174, 192.  
 a noventa grados, 238.  
 de la parábola, 149.  
 polar, 237.  
 radical, 114, 399.  
 de revolución, 411.  
 de simetría, 35.  
 transverso, 192.
- Ejes.**  
 conjugados, 192.  
 de coordenadas, 4, 5, 318.
- Elipse.** 173.  
 ángulo excéntrico, 271.  
 círculo director, 281.  
 círculo menor, 272.  
 círculo principal, 272.  
 como sección cónica, 235.  
 cuerda de contacto, 190.  
 diámetro, 174.  
 diámetros conjugados, 190.  
 directrices, 224.  
 ecuaciones paramétricas, 269.  
 excentricidad, 176, 222, 224.  
 primera ecuación, 177.  
 propiedad focal, 187.  
 propiedades, 186.  
 segunda ecuación, 181.  
 tangente a la, 186.
- Elipsoide.** 428.  
 de revolución, 429.
- Epicicloide.** 274.
- Esfera.** 395.
- Esferoide.** 415, 429.
- Espiral.**  
 de Arquímedes, 244, 250.  
 hiperbólica, 249.  
 logarítmica, 249.  
 parabólica, 249.
- Estrofoide.** 264, 295.
- Euler.** 72.
- Evolvente.** 279.  
 de la circunferencia, 279.
- Excentricidad,** 176, 194, 220, 222.
- Extensión.**  
 de una curva, 39.  
 del lugar geométrico, 246.  
 de una superficie, 393.
- F**
- Factor.**  
 de amplitud, 297.  
 de crecimiento, 312.  
 de periodicidad, 297.
- Familia.**  
 de circunferencias, 110.  
 de cónicas, 228.  
 de curvas, 228.  
 de esferas, 399.  
 de planos, 366, 368.  
 de rectas, 90.
- Foco.** 220.

Focos, 149, 173, 191, 220.

Forma,

canónica, 100.  
normal, 72, 356.

Fórmulas, 456.

Función, 285.

algebraica, 286.  
cuadrática, 164.  
exponencial, 304.  
hiperbólica, 310.  
homogénea, 407.  
lineal, 66.  
multiforme, 301.  
periódica, 296.  
racional, 286.  
entera, 285.  
trascendente, 286.  
uniforme, 301.

### G

Generatriz, 400, 406, 411, 416.

Género,

elipse, 216.  
hipérbola, 216.  
parábola, 216.

Geometría,

analítica, carácter de la, 10.  
cartesiana, 10.  
pura, 10.

Grado, 286.

Gráficas, 33, 246, 267.

### H

Haz,

de planos, 367.  
de rectas, 90.

Hélice, 449.

Hipérbola, 191.

ángulo excéntrico, 272.  
asíntotas, 198.  
círculo auxiliar, 272.  
como sección cónica, 235.  
cuerda de contacto, 209.  
diámetro, 192, 210.  
diámetros conjugados, 210.  
directrices, 224.  
ecuaciones paramétricas, 272.  
equilátera, 39, 200.  
excentricidad, 194, 222.  
primera ecuación, 192.  
propiedad focal, 208.

Hipérbola,  
propiedades, 207.  
rectangular, 200.  
segunda ecuación, 203.  
tangente, 207.

Hipérbolas conjugadas, 201.

Hiperbolóide,

de una hoja, 429.  
de dos hojas, 431.  
de revolución, 413, 414, 432.

Hiperboloides conjugados, 433.

Hipocicloide, 274.

Hoja,

de Descartes, 295.  
de una superficie cónica, 406.

### I

Incentro, 85.

Inclinación, 17.

Indicador, 215.

Intersecciones, 34, 46, 244, 249,  
345, 346, 443.

### L

Lado recto, 150, 174, 192.

Lamé, 295.

Lemniscata, 248, 249.

Ley,

de Boyle, 290.  
del interés compuesto, 306.

Lituus, 249.

Logaritmos, 305, 457, 464.

Longitud,

de la normal, 123.  
de un segmento, 1, 4.  
de la tangente, 123.

Lugares geométricos, 33, 50.

### M

Maclaurin, 295.

Meridiano, 412.

Método paramétrico, 279.

### N

Normal,

a una curva, 123.  
ecuación de la, 123.  
a un plano, 341.

Números,

directores 331.  
reales, 6.

**O**

- Octante, 319.  
 Ordenada, 5.  
   en el origen, 59.  
 Origen, 1, 5, 318.  
 Ortocentro, 64.  
 Ovalos de Cassini, 263.

**P**

- Papel coordenado polar, 239.  
 Parábola, 149.  
   aplicaciones, 167.  
   cúbica, 38.  
   cuerda de contacto, 164.  
   diámetro, 164.  
   ecuaciones paramétricas, 270.  
   excentricidad, 222.  
   primera ecuación, 152.  
   propiedad focal, 168.  
   sección de un cono, 235.  
   segunda ecuación, 155.  
   semicúbica, 40.  
   tangente a la, 161.

- Paraboloides,  
   elíptico, 433.  
   hiperbólico, 417, 434.  
   de revolución, 393, 414, 434.

## Paraboloides homofocales, 439.

- Paralelismo,  
   de planos, 352.  
   de recta y plano, 383.  
   de rectas, 23, 336, 338.

## Paralelo, 412.

## Parámetro, 91, 266.

## Pascal, 262.

- Pendiente,  
   de una curva, 121.  
   final, 21.  
   inicial, 21.  
   de una recta, 16.

## Período, 296.

- Perpendicularidad,  
   de planos, 352.  
   de recta y plano, 383.  
   de rectas, 23, 336, 338.

- Plano, 341.  
   ecuación del, 341, 348, 350.  
   radical, 399.  
   de simetría, 391.

**Planos.**

- asintóticos, 438.  
 bisectores, 362.  
 coordenados, 318.  
 proyectantes, 377.

## Podaria, 284.

## Podarias, 282.

## Polo, 237.

## Potencias y raíces, 468.

## Propiedad focal, 168, 187, 208.

## Proyección ortogonal, 321.

## Proyecciones paralelas, 320.

**Punto,**

- aislado, 295.  
 de contacto, 121.  
 inicial, 1.  
 máximo, 165.  
 medio, 13, 325.  
 mínimo, 165.  
 de tangencia, 121.

## Puntos concíclicos, 108.

**R**

## Radiación de planos, 368.

## Radio vector, 150, 174, 192, 237, 397.

**Recta,**

- de Euler, 72.  
 final, 20.  
 inicial, 20.  
 de Simpson, 132.

**Rectas,**

- concurrentes, 71.  
 que se cruzan, 327.

## Reflector parabólico, 170.

## Regla de Cramer, 459.

## Regulus, 431.

## Rosa de cuatro hojas, 249.

## Rotación de ejes, 139, 420, 422.

## Ruleta, 272.

**S**

## Secantoide, 300.

## Sección meridiana, 412.

## Secciones cónicas, 210, 233.

- casos límites, 236.

- planas, 233.

## Segmento, 1.

- dirigido, 1.

## Serpentina, 295.

- S**imetría, 35.  
     en coordenadas polares, 245.  
     de una curva, 35, 245.  
     en el espacio, 391.  
**Simpson**, 132.  
**Sinusoide**, 295.  
**Sistema**,  
     de cónicas, 228.  
     coordenado,  
         lineal, 3, 4.  
         de mano derecha, 318.  
         de mano izquierda, 318.  
         en el plano, 5.  
     de cuádricas sin centro, 439  
     de ecuaciones, 458.  
         lineales, 458  
**Subnormal**, 123.  
**Subtangente**, 123.  
**Superficie**,  
     cilíndrica, 400, 402.  
     circular, 403.  
     elíptica, 403.  
     hiperbólica, 403.  
     parabólica, 403.  
     cónica, 406.  
     reglada, 416.  
**Superficies**, 389.  
     construcción de, 392.  
     discusión de la ecuación, 390.  
     extensión, 393.  
     intercepciones, 346.  
     de revolución, 411.  
     trazas, 346.
- T**
- Tabla de potencias y raíces**, 468.  
**Tablas**, 463.
- Tangencia, condición de**, 122.  
**Tangente**,  
     a una circunferencia, 125.  
     a una cónica, 226.  
     a una curva, 120.  
     ecuación de una, 123.  
     a una elipse, 186.  
     a una hipérbola, 207.  
     longitud de la, 123.  
     a una parábola, 161.  
**Tangentoide**, 299.  
**Terna ordenada**, 320.  
**Tipo**,  
     hiperbólico, 289.  
     parabólico, 289.  
**Toro**, 416.  
**Transformación de coordenadas**,  
     133, 241, 397, 404, 419.  
**Traslación de ejes**, 135, 419.  
**Trayectorias ortogonales**, 124, 231.  
**Trigonometría, fórmulas**, 459.  
**Trinomio de segundo grado**, 164.  
**Trisección de un ángulo**, 291.  
**Trisectriz**, 295.  
**Trocoide**, 274.
- V**
- Valores principales**, 302.  
**Variable**, 285.  
**Variables auxiliares**, 279.  
**Vértice de la parábola**, 150.  
**Vértices**,  
     de la elipse, 173.  
     de la hipérbola, 192.  
**Vibraciones decrecientes**, 311.  
**Volúmenes**, 451.



**ESTA OBRA SE TERMINO DE IMPRIMIR EL DIA  
9 DE MAYO DE 1989, EN LOS TALLERES DE  
IMPRENTA ALDINA, S. R. L.  
OBRERO MUNDIAL 201, COL. DEL VALLE  
MEXICO, D. F.**

**LA EDICION CONSTA DE 20,000 EJEMPLARES  
Y SOBRANTES PARA REPOSICION**

Obras afines:

**GEOMETRIA ANALITICA DEL ESPACIO**  
**Enfoque vectorial**

**Zósimo Menna Gonçalves**

Esta obra es el segundo volumen de un curso regular sobre Geometría Analítica. El primer volumen, titulado **GEOMETRIA ANALITICA PLANNA**, del mismo autor y editado por la misma editorial, es el complemento lógico de esta obra y ambos abarcan todos los temas que por lo general se tratan en un curso de Geometría Analítica.

Se exponen los temas en forma elemental pero consistente y completa, lo que permite que haya continuidad del primero al último capítulo. Se enfatiza la técnica, aunque también el autor ofrece claridad en los conceptos. La forma amena en que se trata el tema constituye una de sus principales características.

Este volumen, así como el titulado **GEOMETRIA ANALITICA PLANNA**, son magníficos libros de texto para los cursos que se imparten en los dos primeros semestres de las carreras profesionales en Ciencias e Ingeniería.

**GEOMETRIA ANALITICA PLANNA**  
**Enfoque vectorial**

**Zósimo Menna Gonçalves**

En este libro se estudian algunas curvas algebraicas y trascendentes especiales de mucho uso. Al final de cada capítulo se presentan ejercicios resueltos. Además, la obra se modificó en forma sustancial, no sólo en cuanto al contenido, sino especialmente respecto a la aplicación del método vectorial que se trata aquí de manera más amplia.

En la parte final se incluye un apéndice que resume las principales fórmulas y los conocimientos relativos a vectores en el plano coordenado cartesiano adoptando las notaciones más útiles.

Lo más sobresaliente de esta obra es la claridad y brevedad con que se tratan los conceptos, lo que la hace un excelente libro de texto para los cursos que se imparten en las carreras de Ingeniería, Matemáticas y Física.

ÁREA: MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

ISBN 968 - 18 - 1176 - 3