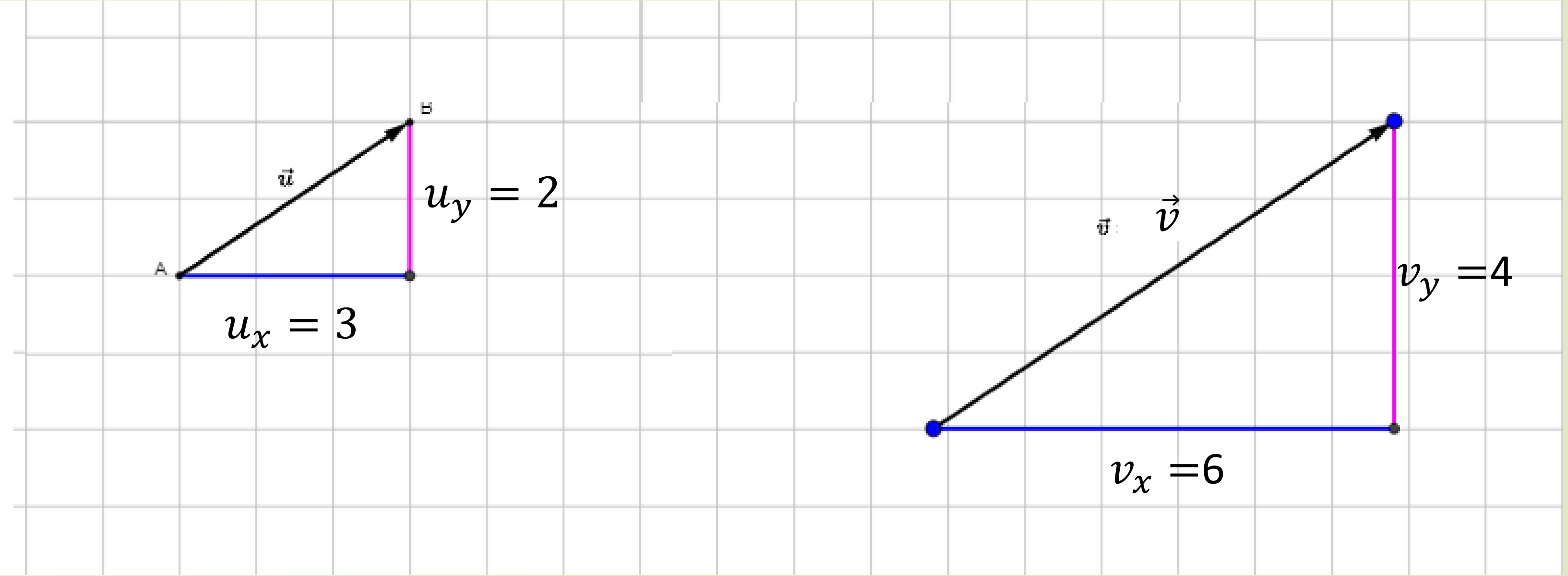
RESUMEN 3 FÓRMULASVECTORES

Presentación realizada por Efrén Giraldo T.
solo con fines didácticos

Dos vectores paralelos tienen sus correspondientes coordenadas proporcionales



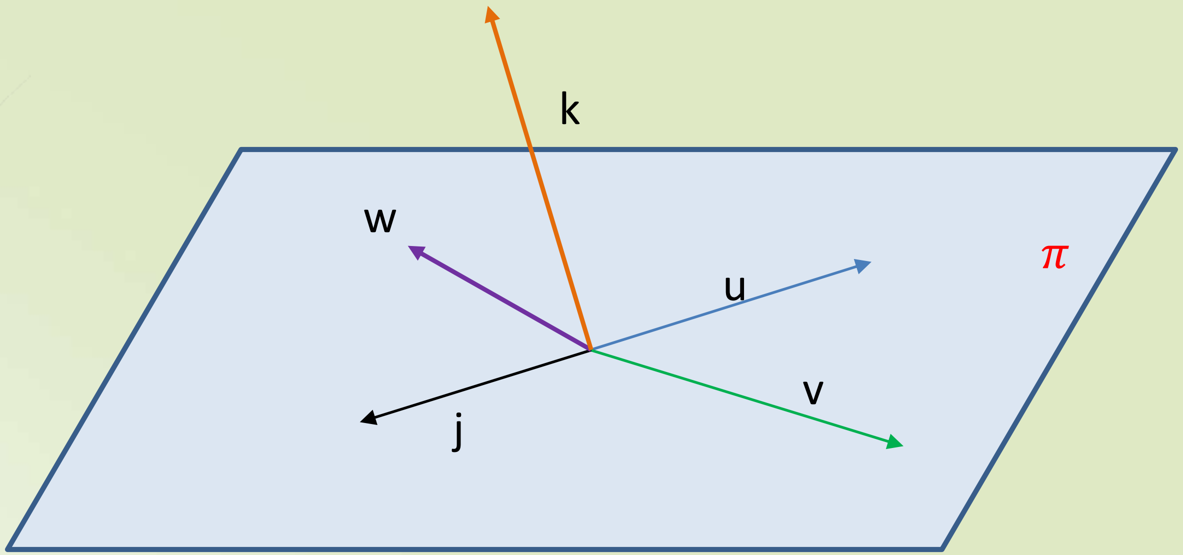
$$\frac{u_x}{v_x} = \frac{u_y}{v_y}$$

$$\frac{u_x}{v_x} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{u_y}{v_y} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

[VECTORES PARALELOS (GEOGEBRA)]

Dependencia e independencia lineal

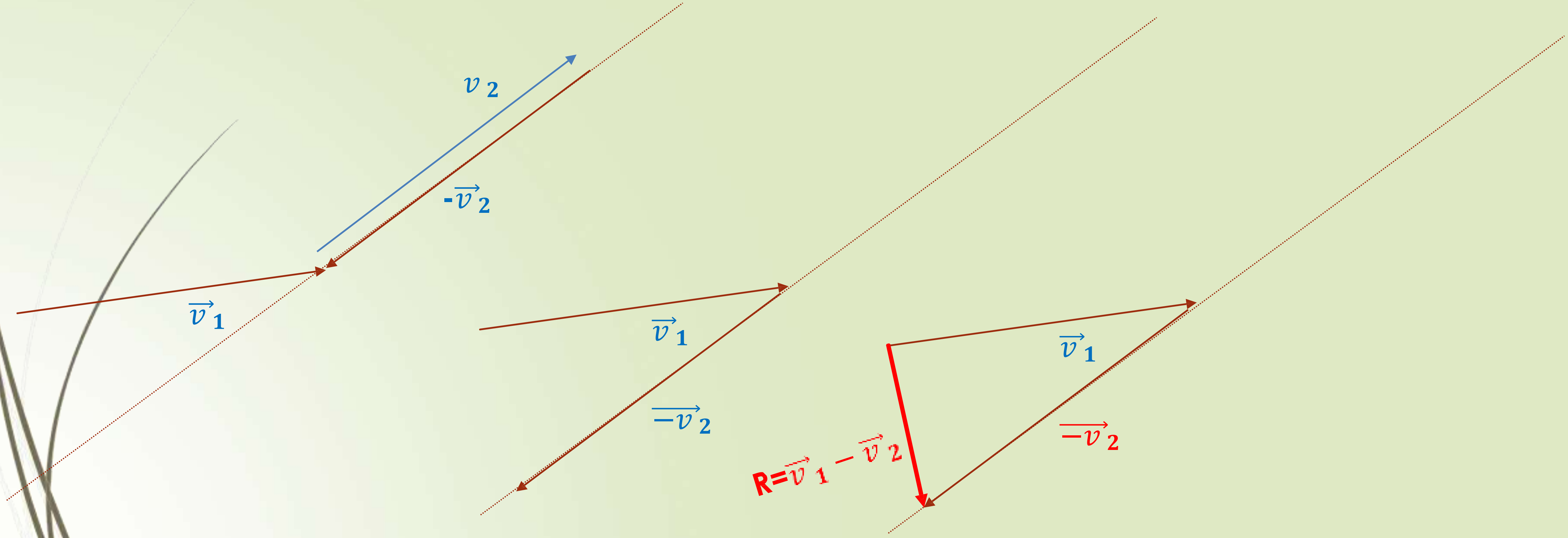


- **u** y **j** son dependientes por tener la misma dirección.
- **u** y **v** son independientes por ser dos vectores que están el plano π
- **u**, **v** y **w** son dependientes por los tres vectores estar contenidos en el mismo plano π
- **u**, **v** y **k** son independientes por serlo **u** y **v** entre sí y **k** estar en un plano diferente (los 3 están el espacio con dirección diferente)

https://es.wikipedia.org/wiki/Dependencia_e_independencia_linea

Restar del vector $\overrightarrow{v_1}$ el vector $\overrightarrow{v_2}$

Para restar de v_1 el vector v_2 se cambia de signo el vector v_2



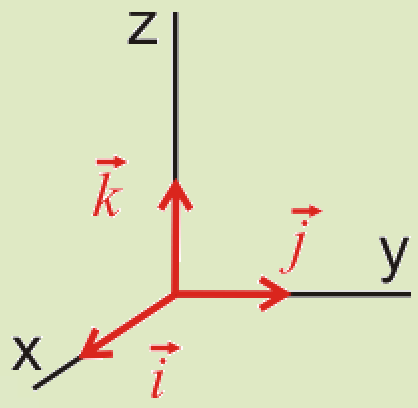
Vector unitario: magnitud igual a 1

$$u = \frac{\mathrm{U}\langle u_x, u_y, u_z\rangle}{|U|} = \mathrm{U}\left\langle \frac{u_x}{|U|}, \frac{u_y}{|U|}, \frac{u_x}{|U|} \right\rangle \qquad |U| = \sqrt{{u_x}^2 + {u_y}^2 + {u_z}^2}$$

Para obtener un vector unitario u a partir de cualquier vector $\mathrm{U}\langle u_x, u_y, u_z\rangle$ se divide cada coordenada por su magnitud:

El vector unitario tiene la misma dirección del vector del cual se generó

Vectores unitarios fundamentales (base canónica en R3)



$$\underbrace{(1,\ 0,\ 0)}_{i},\ \underbrace{(0,\ 1,\ 0)}_{j}\ \text{y}\ \underbrace{(0,\ 0,\ 1)}_{k}$$

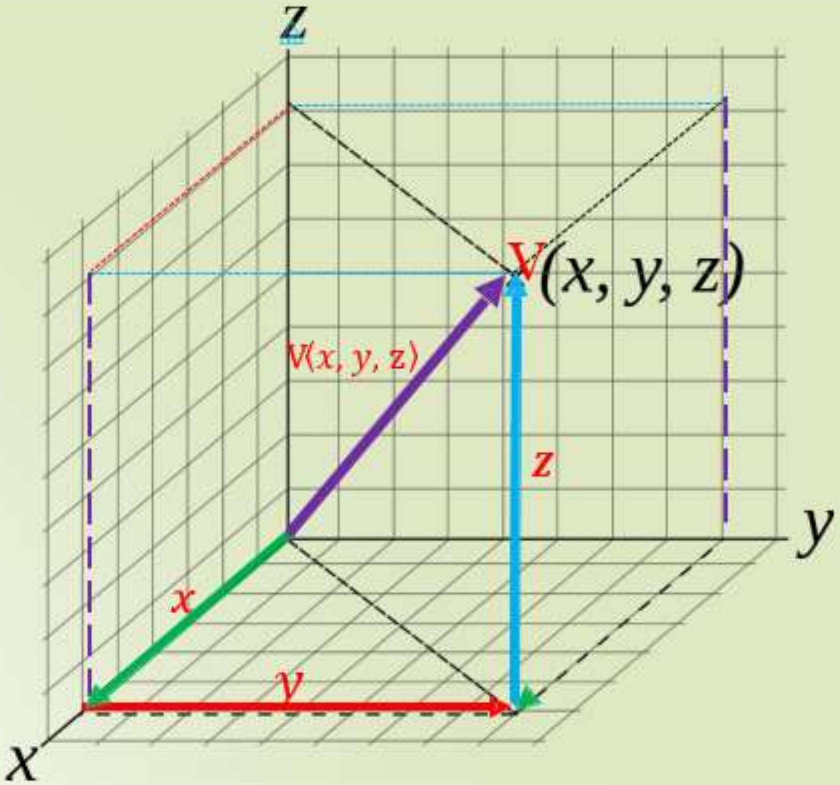
Son linealmente independientes.

Todo vector en R2 y R3 con componentes conocidas $x, y, z,$ se puede expresar con base en los vectores unitarios i, j, k:

$$U\langle u_x, u_y, u_z\rangle = u_x i + u_y j, +u_z k \longrightarrow \text{R3}$$

$$U\langle u_x, u_y\rangle = u_x i + u_y j \longrightarrow \text{R2}$$

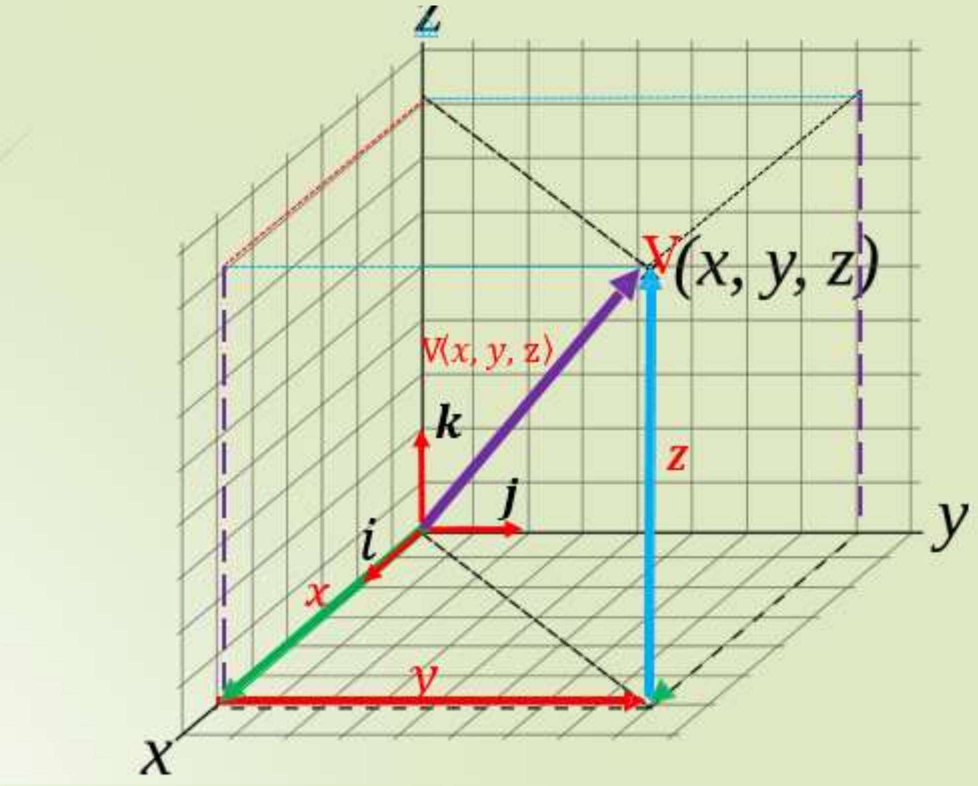
Base vectorial en R3.



$$\vec{V} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$$

Una base en el espacio la forman tres vectores con diferente orientación.
Cualquier vector del espacio requiere de tres vectores para expresarlo.
Los vectores $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ generan al vector $\vec{V}$, son una base para R3.

En R2 solo se requieren 2 vectores.



Si empleamos los vectores unitarios i, j, k para generar los vectores de R3, será una base ortogonal (perpendicular).

$$V\ \langle x, y, k\rangle = xi\ +\ yk\ +\ zj$$

Teorema de la base

Para que dos vectores U y V sean una base para el plano deben existir escalares α y β diferentes de cero (0) tales que cualquier vector W del plano se pueda escribir como combinación lineal de U y V:

$$U = \alpha U + \beta \mathrm{V}$$

Si es en R3 deben existir 3 vectores y tres escalares tales que…..

Producto escalar , producto interno o producto punto entre dos vectores

U=$\langle u_1, u_2, u_3 \ldots. \rangle$ V=$\langle v_1, v_2, v_3 \ldots. \rangle$

Existen dos maneras de calcular el producto escalar o producto punto

U=$\langle u_1, u_2, u_3 \ldots. \rangle$

$V = \langle v_1, v_2, v_3 \ldots. \rangle$

Da un escalar

$$U.V = u_{1.}\, v_1 + u_{2.}\, v_2 + \ldots. + u_n \,.\, v_n$$

$$\vec{U}.\vec{V} = |U|*|V| \; cos\alpha$$

$$\vec{U}.\vec{V} = |U|*|V|\ cos\alpha$$

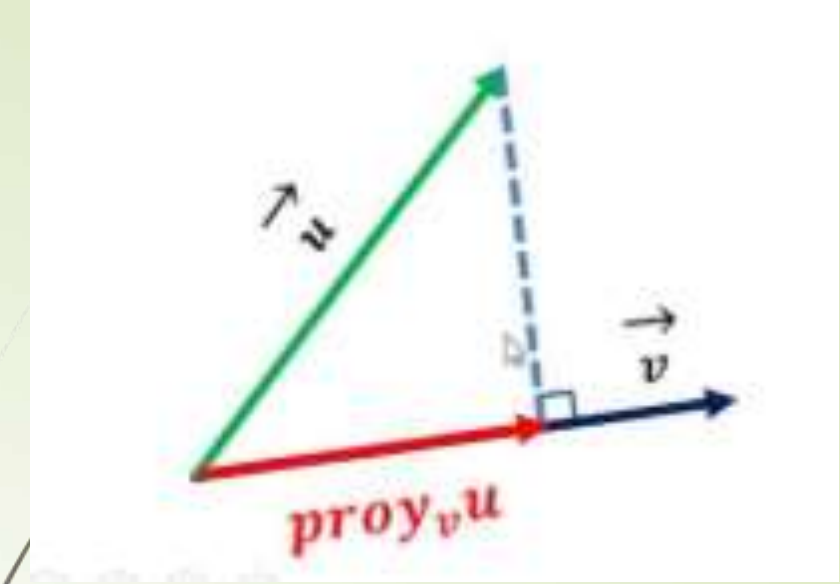
$$\text{Cos } \alpha = \frac{U.V}{|U||V|} \longrightarrow \alpha = cos^{-1}\left(\frac{U.V}{|U||V|}\right)$$

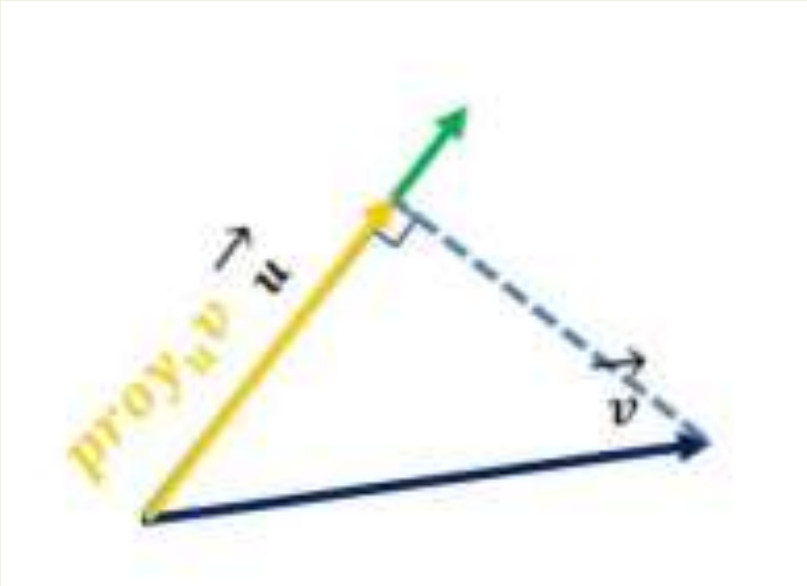
Que sirve para calcular el ángulo entre dos vectores

Proyección de un vector sobre otro vector

$\underset{v}{Proy}\, u$

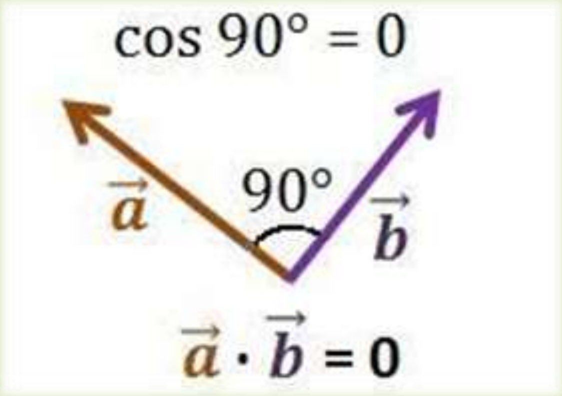
$\underset{u}{Proy}\, v$





$$\underset{v}{Proy}\, u = \frac{u.v}{v.v} \,.\, \overrightarrow{v \langle x, y, z \rangle}$$

$$\underset{u}{Proy}\, v = \frac{v.u}{u.u} \,.\, \overrightarrow{u \langle x, y, z \rangle}$$



$$\vec{a} \perp \vec{b} = 0$$

Si el producto escalar da 0, los vectores son perpendiculares.

Producto Cruz

A $\langle a1, a2, a3 \rangle$ y B$\langle b1, b2, b3 \rangle$

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

$$\boldsymbol{AxB} = \begin{vmatrix} \boldsymbol{i} & \boldsymbol{j} & \boldsymbol{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

$$\boldsymbol{AxB} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \boldsymbol{i} - \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} \boldsymbol{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \boldsymbol{k}$$

$$A \times B = i(a2b3 - b2a3) - j(a1b3 - b1a3) + k(a1b2 - b1\,a3)$$

El Producto vectorial o Producto cruz da un vector

$$v_1 = \langle x_1, y_1, z_1 \rangle$$

$$v_1 = \langle x_2, y_2, z_2 \rangle$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

mismo signo

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

cambio de **signo**

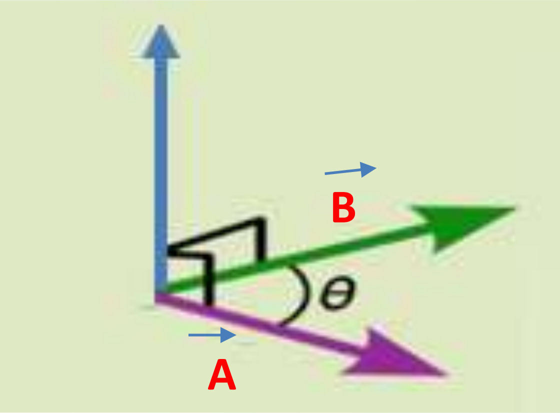
$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

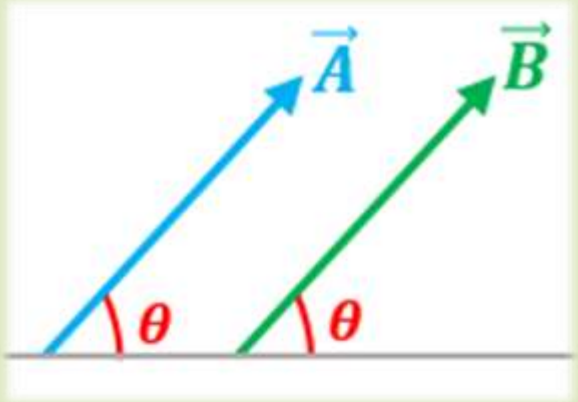
mismo signo

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

$\vec{A} \times \vec{B} = 0$

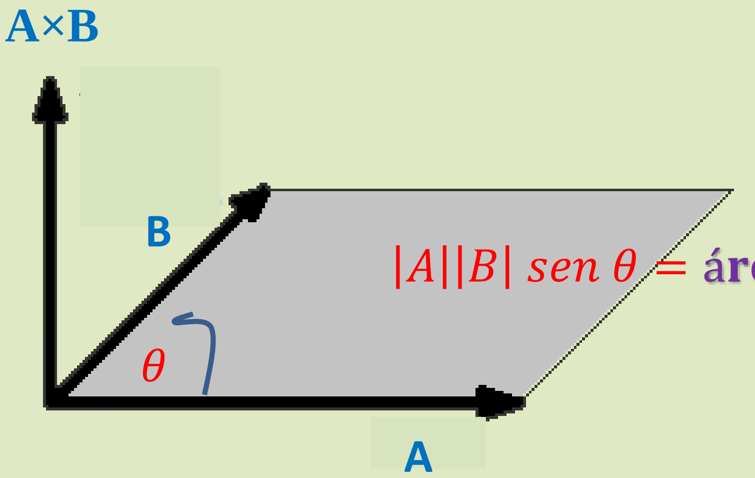
$\overrightarrow{A \times B}$





Si el producto vectorial da 0, los vectores son paralelos.

El producto vectorial $\vec{A} \times \vec{B}$ crea un tercer vector $\overrightarrow{A \times B}$ perpendicular a los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ y por tanto al plano formado por el vector $\vec{A}$ y el vector $\vec{B}$.



$|A||B|\ sen\ \theta$ = **área del parlelogramo de lados A y B**

La magnitud del vector $\overrightarrow{\mathbf{A}\times \boldsymbol{B}}$

$$\boxed{|\mathbf{A}\times \boldsymbol{B}| = |\boldsymbol{A}| * |\boldsymbol{B}| * \boldsymbol{sen\theta}}$$

$|A||B|sen\ \theta$ también define el área de un paralelogramo de lados A y B