LA PARÁBOLA

❖MISVALORES

Entrega

Transparencia

Simplicidad

y Persistencia

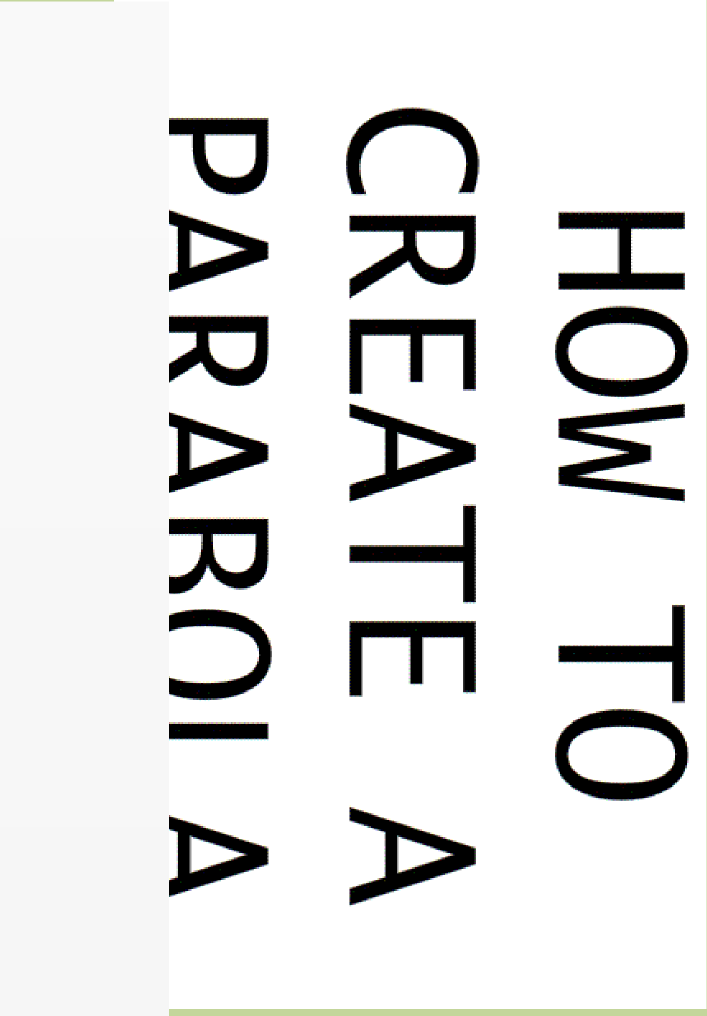
❖MI VISIÓN: Tender a ser un ser humano completo mediante la entrega, la transparencia, la simplicidad y la persistencia.

❖MI MISIÓN: Entrega a la Voluntad Suprema.

Servir a las personas.

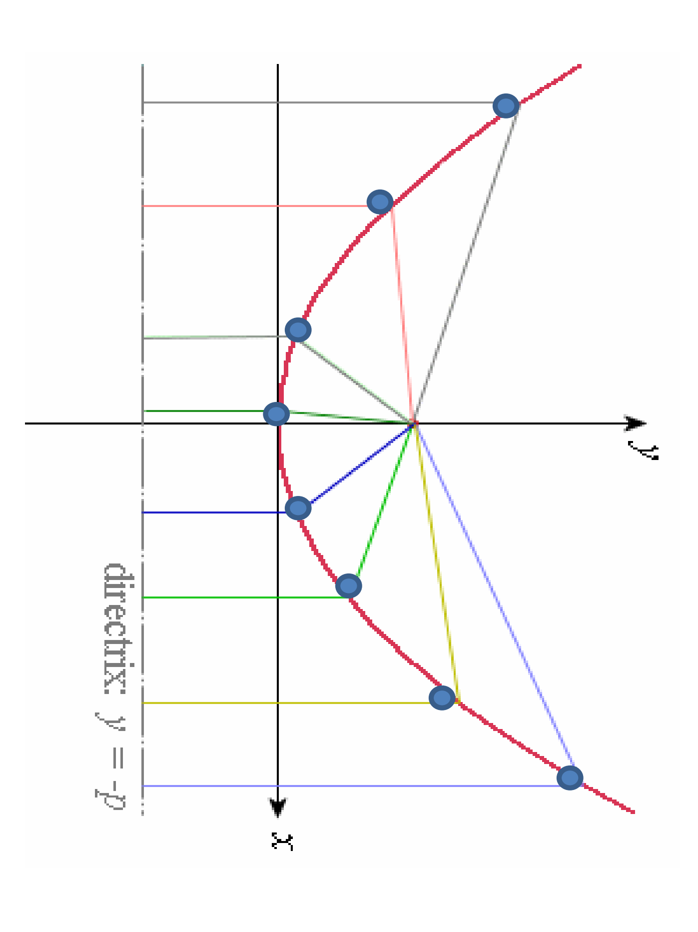
11/3/2017

Parábola

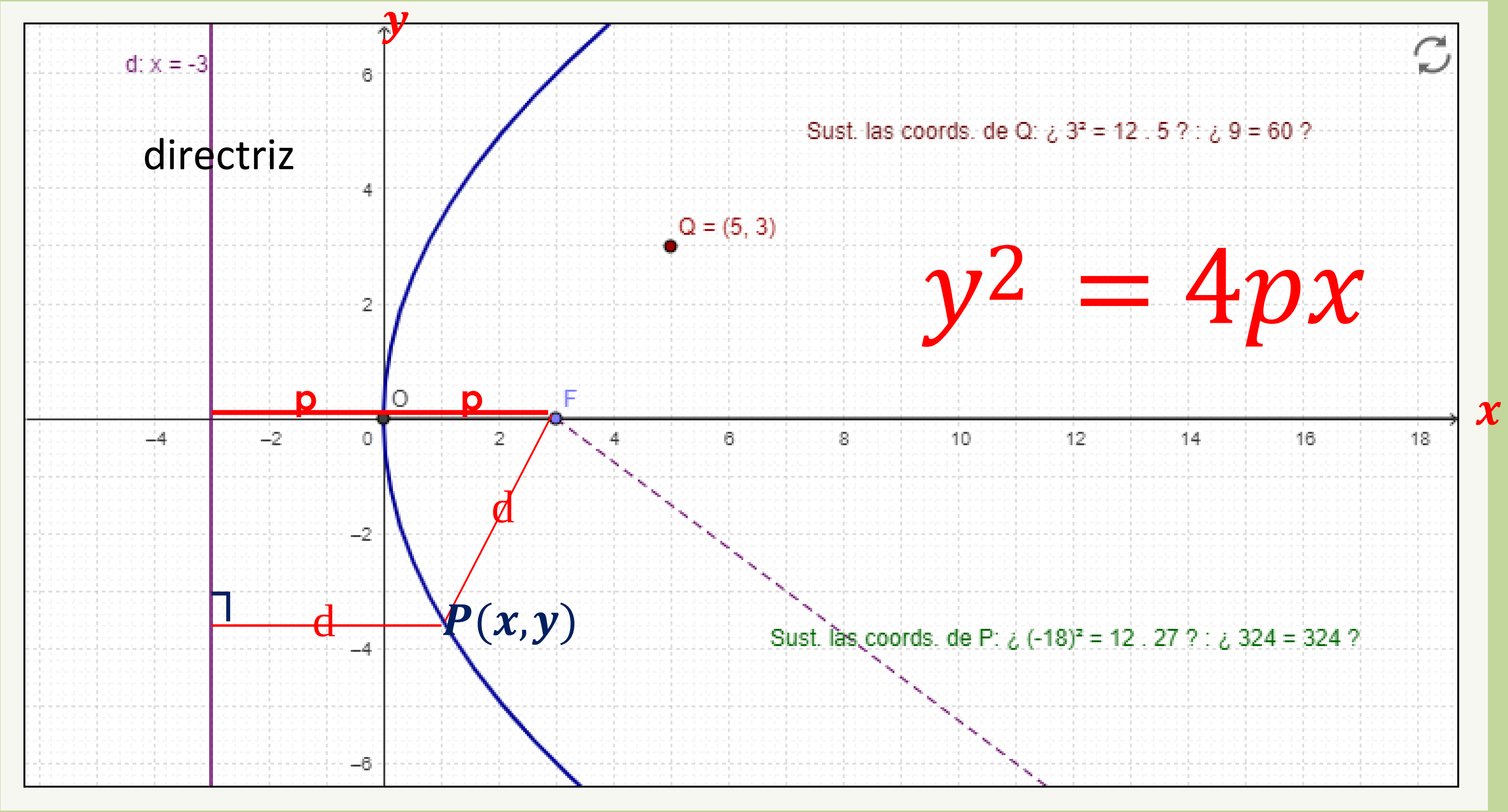


Curva abierta formada por dos líneas curvas simétricas respecto de un eje, de tal manera que todos sus puntos están a la misma distancia del foco (un punto sobre el eje) y de una directriz (recta perpendicular al eje).

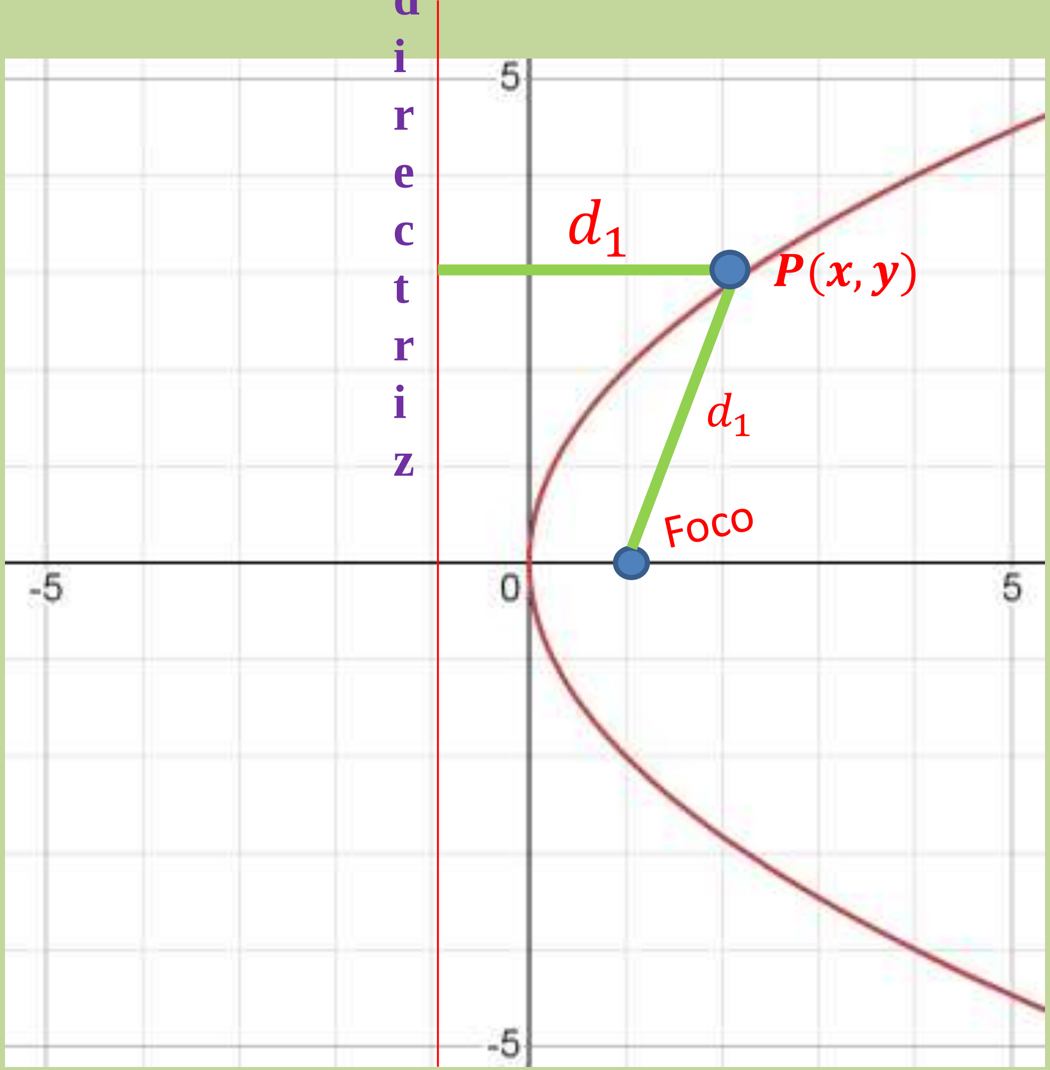
https://www.taringa.net/posts/imagenes/18262660/30-Gifs-que-te-ensenan-matematicas-mejor-que-tu-maestro.html
/



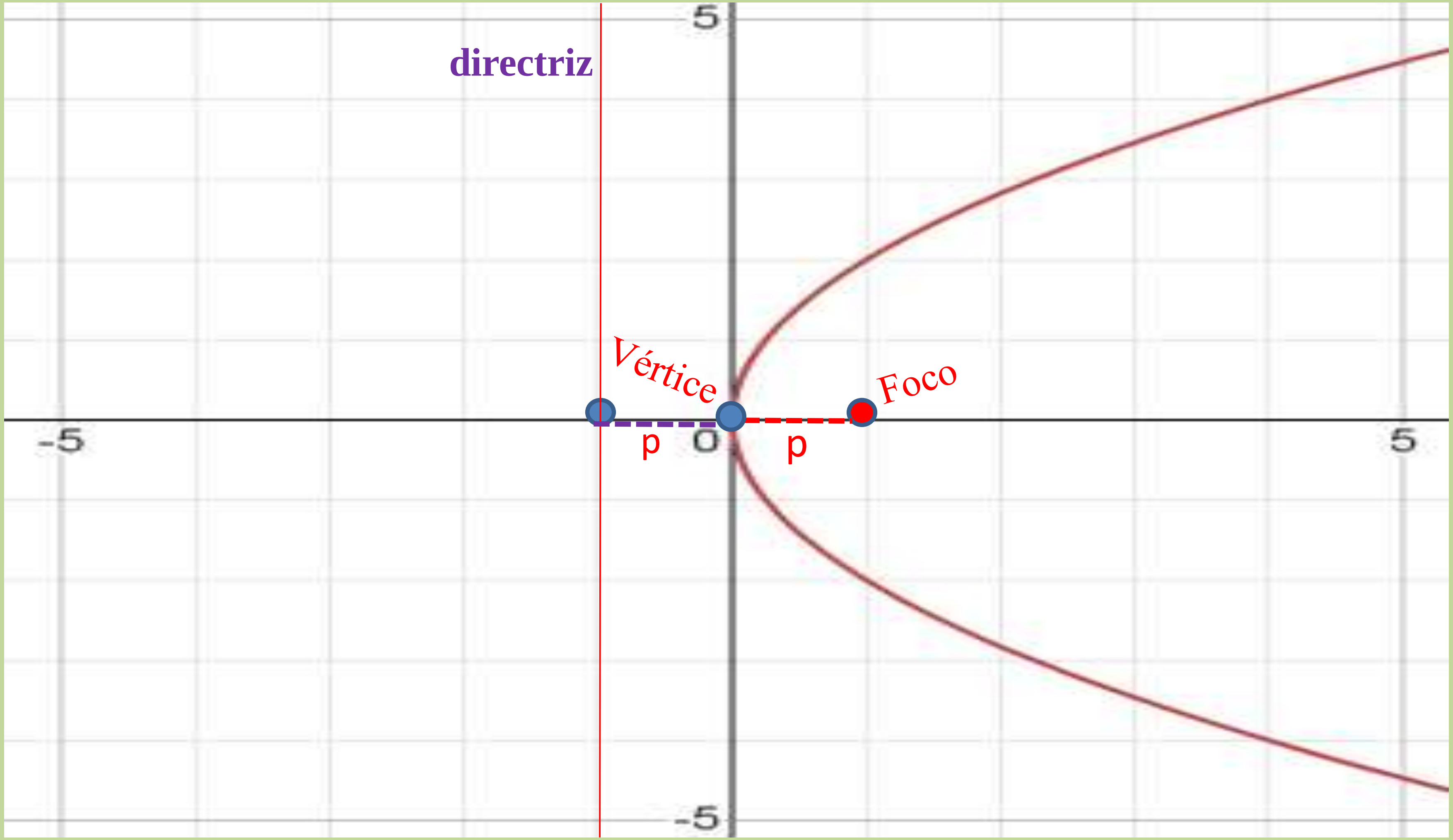
https://www.intmath.com/plane-analytic-geometry/4-parabola.php#definition

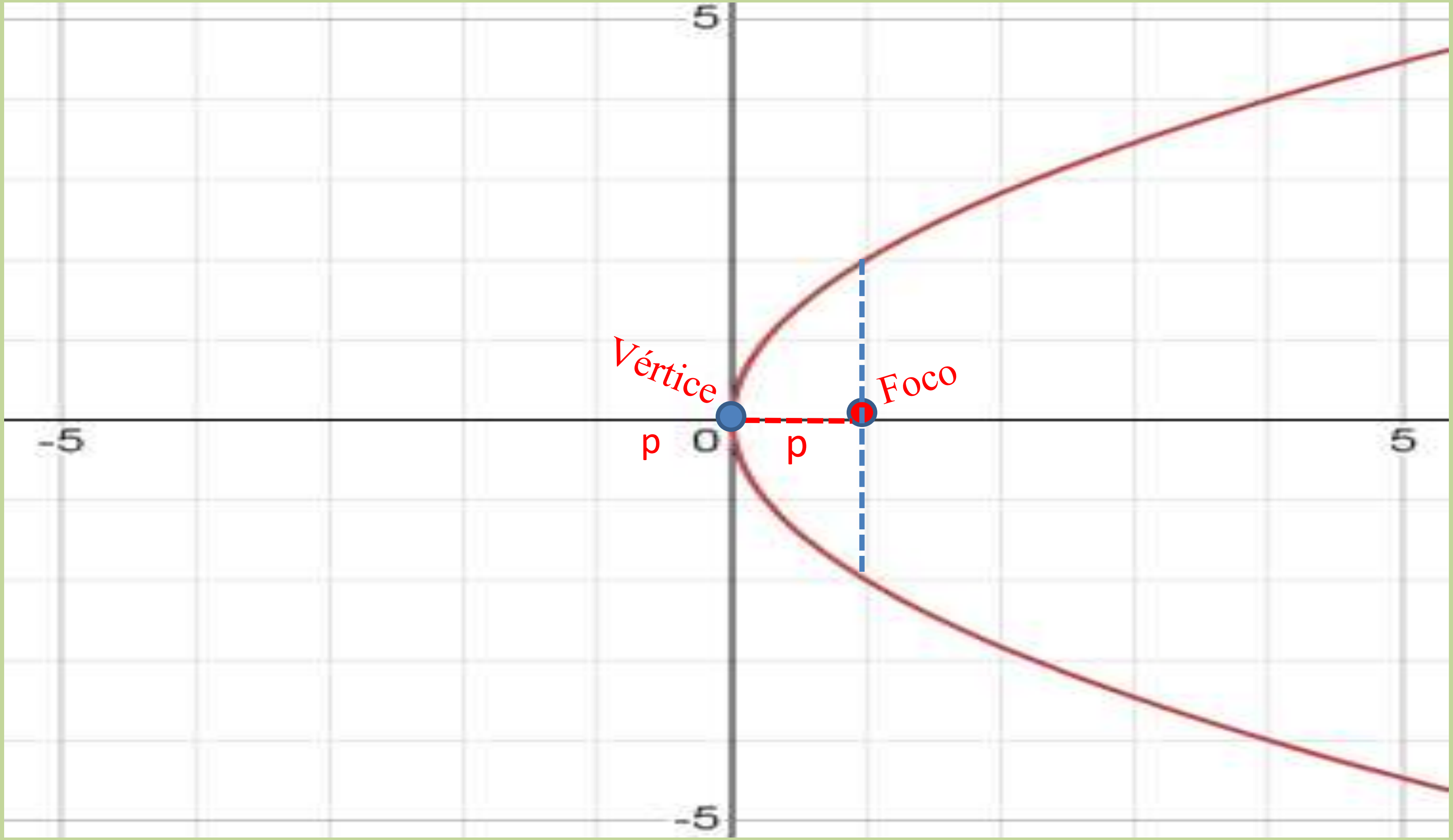


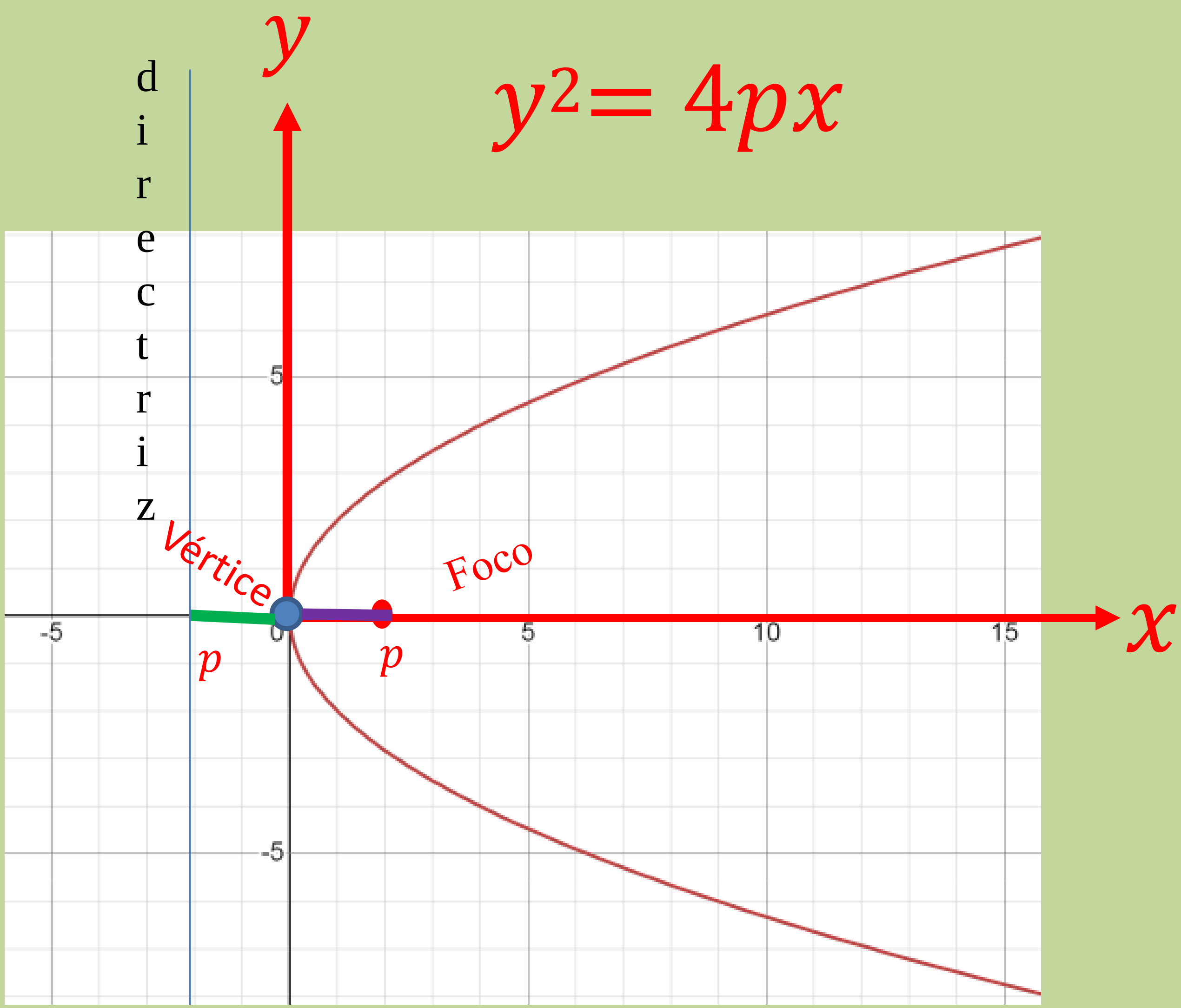
Una parábola es el lugar geométrico de los puntos de un plano, que cumplen que su distancia a una recta fija llamada directriz (situada en el mismo plano de la parábola) es igual a su distancia a un punto fijo interno llamado foco.



Curva abierta formada por dos líneas curvas simétricas respecto de un eje, de tal manera que todos sus puntos están a la misma distancia del foco (un punto sobre el eje) y de una directriz (recta perpendicular al eje).


5
directriz
Vértice
Foco
-5
p
0
p
5
-5

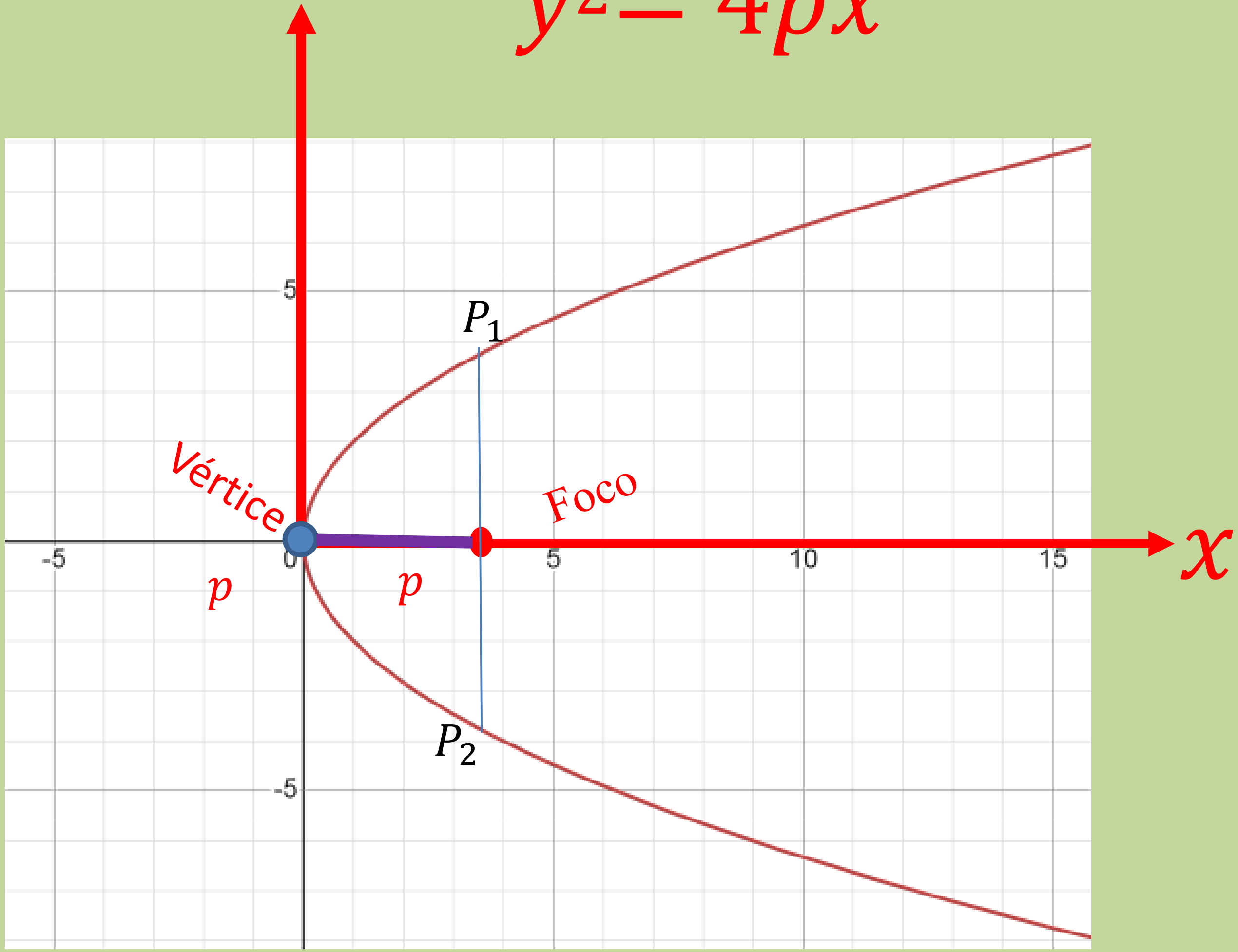

5
-5
0
5
-5
Vértice
Foco
p
p



Ecuación canónica de la elipse con el vértice en O(0,0). P es la distancia del vértice al foco. También es la distancia a la directriz desde vértice .

https://www.mathway.com/es/Graph

$$y^2 = 4px$$



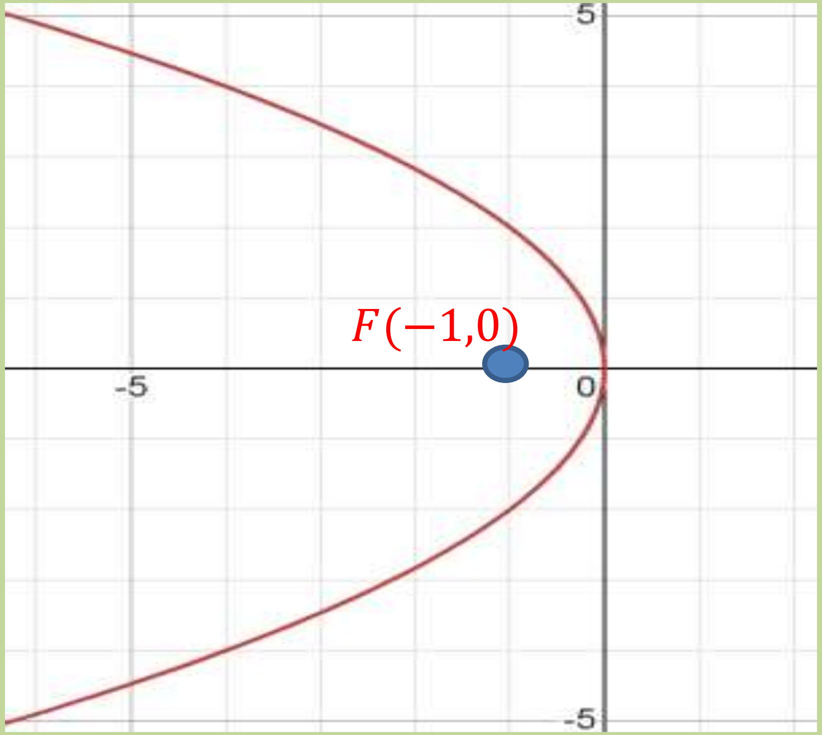
La longitud del lado recto P_1P_2 es siempre 4 veces p.

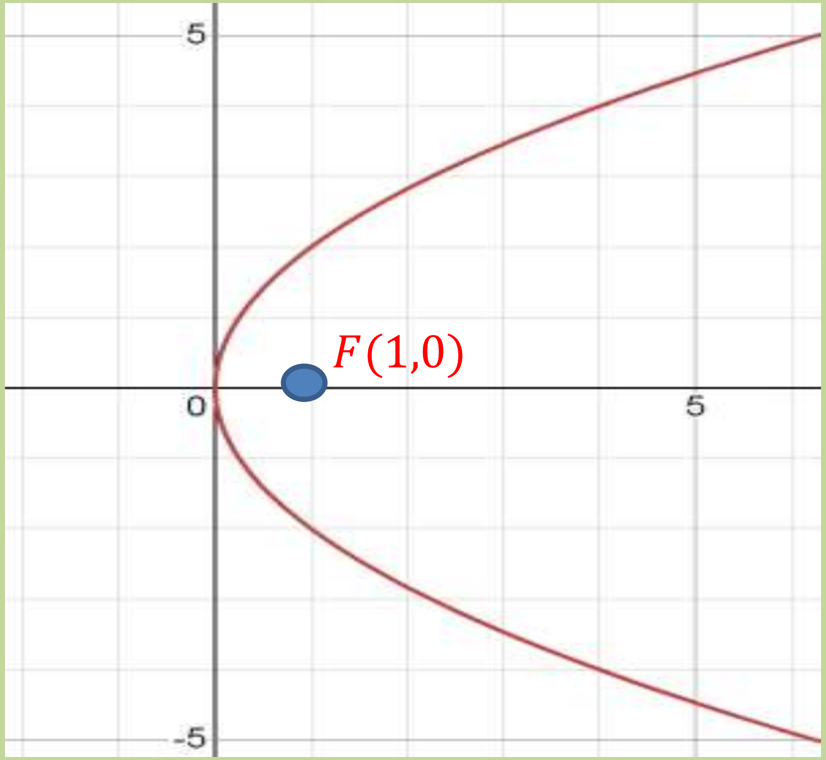
P puede ser positivo o negativo.

Si p es – la parábola abre hacia la izquierda.
Si p es + la parábola abre hacia la derecha

$\Leftarrow -p$

$+p \Rightarrow$



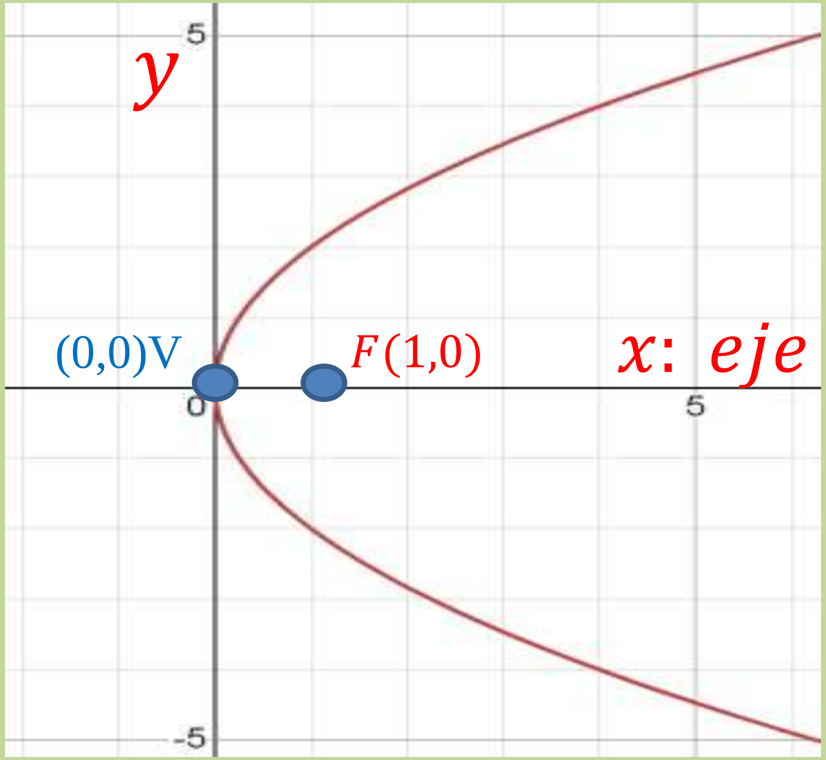


$y^2 = 4(-1)x$

$y^2 = 4(1)x$

El eje que está lineal da la orientación de la parábola: x

Dados un punto F (foco) y una recta (directriz), se denomina parábola al conjunto de puntos del plano que equidistan del foco y de la directriz.

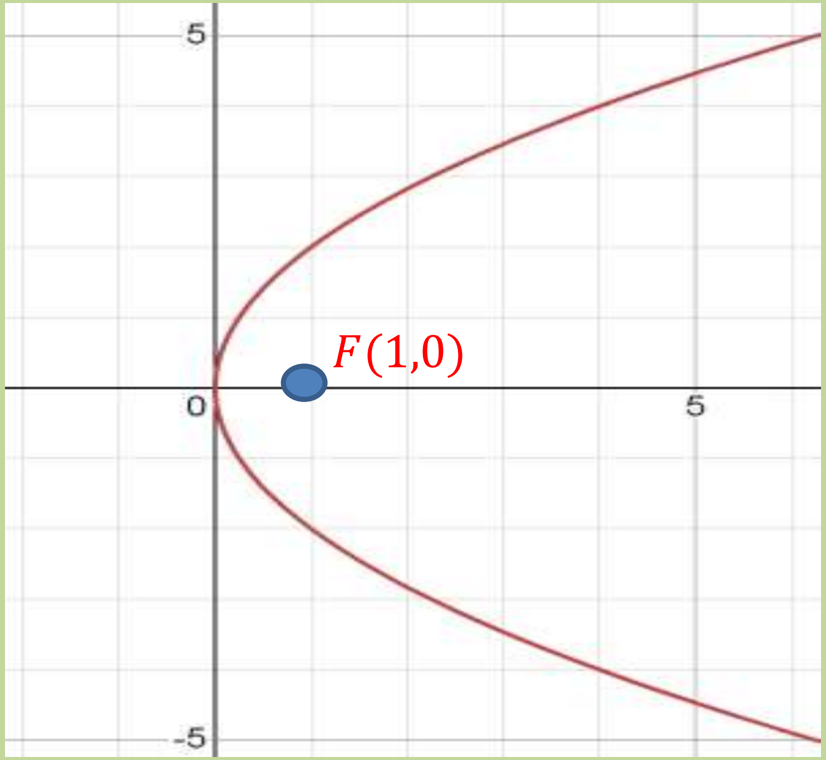


$$y^2 = 4(1)x$$

x: *eje focal*

Eje focal: es la recta que pasa por el foco y es rpendicular a la directriz.

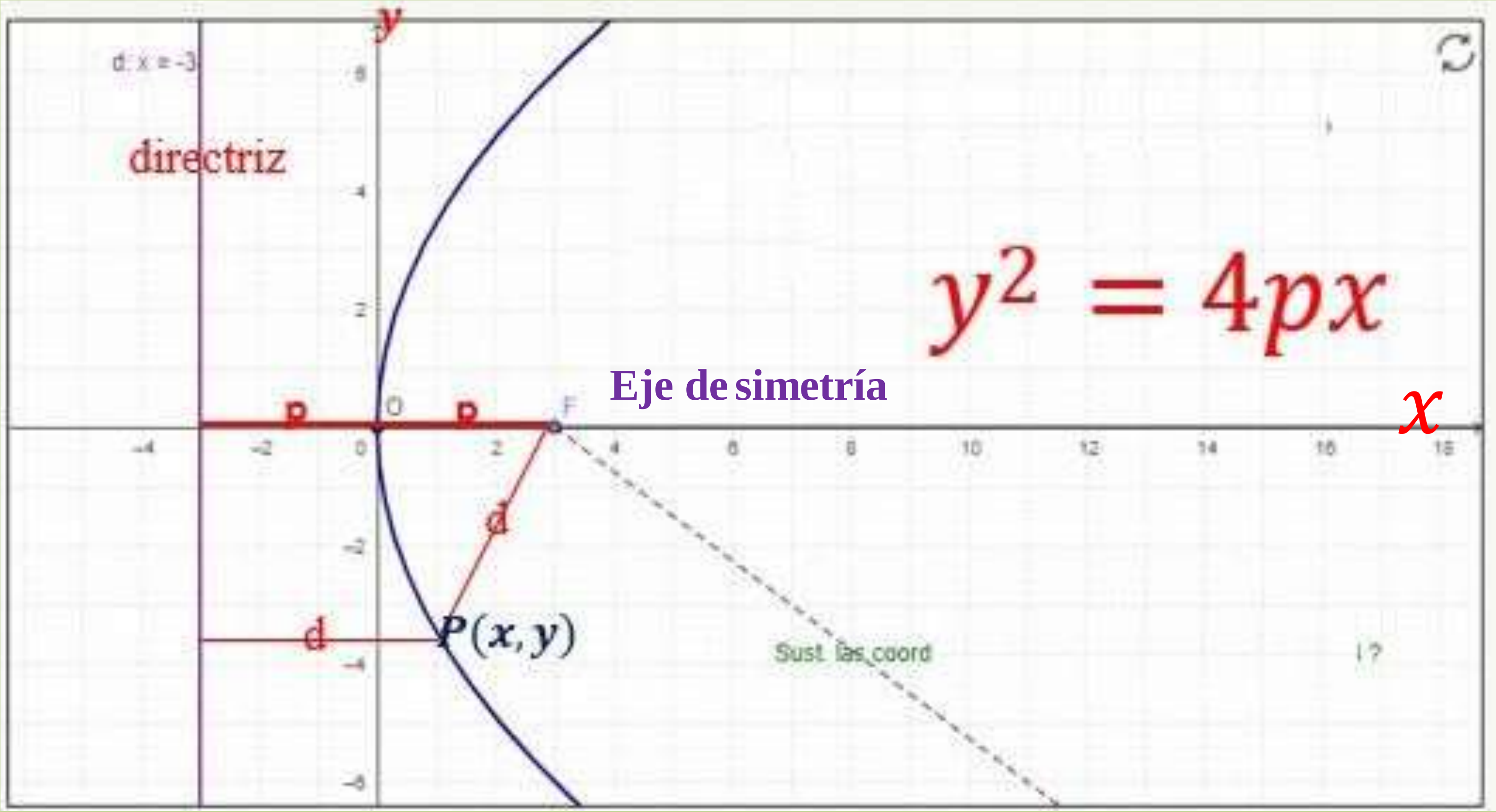
V: Vértice: está en el punto (0,0), donde el eje focal se corta con la parábola.



$$y^2 = 4(1)x$$

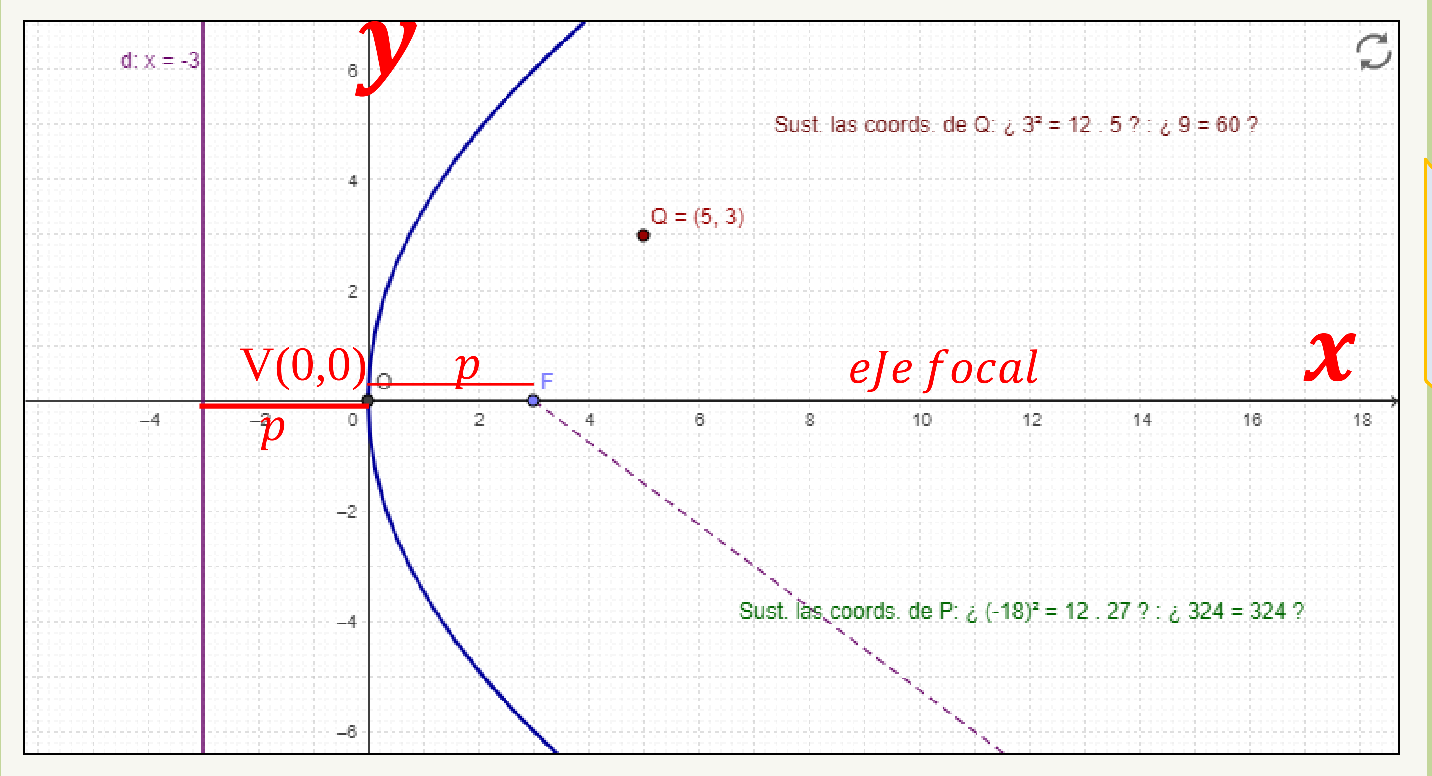
Lado recto: es el segmento perpendicular al eje focal, que pasa por el fo-co (F), cuyos extremos son dos pun-tos de la par´abola. Distancia focal: es la distancia que va desde el v´ertice (V) al foco (F) o desde el v´ertice V a la directriz, se denota con p.

Dado que la parábola tiene excentricidad igual a 1, todas las parábolas son semejantes, es decir, tienen la misma forma, salvo su escala.



Existe solamente una variable al cuadrado **(x^2 o y^2)** y otra lineal.
p es la distancia desde la directriz hasta el vértice = distancia entre el vértice y el foco. El vértice de la parábola coincide con el origen de coordenadas.

http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/c13_parabola_ecuacion.html



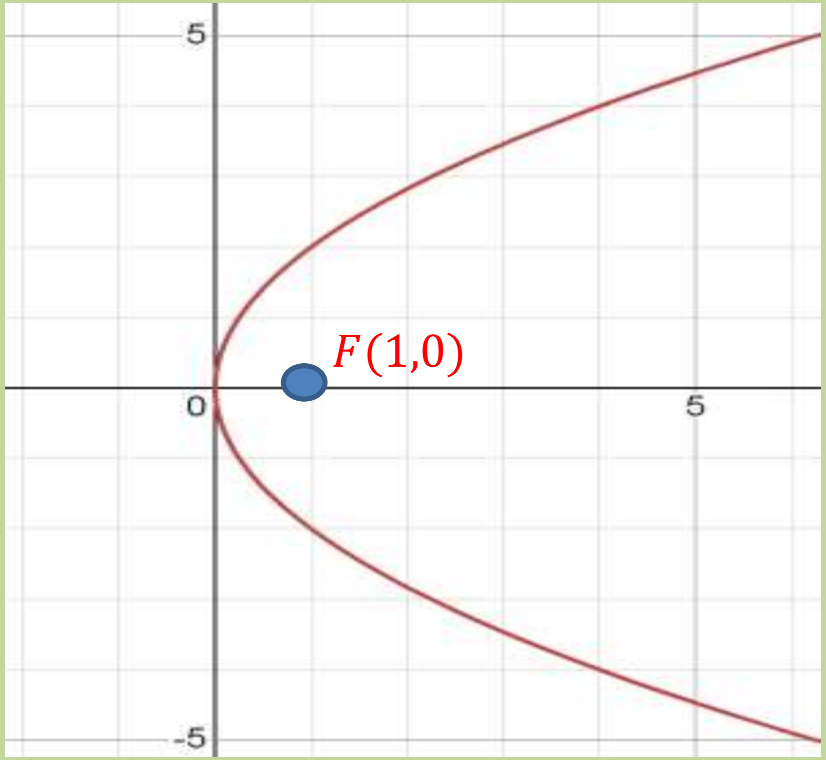
$$y^2 = 4px$$

Esta es la ***ecuación canónica o estándar*** *de la parábola con el vértice en el origen de coordenadas (0,0).*

Es una parábola horizontal con concavidad abierta hacia la derecha. Su eje focal coincide con el eje x.

Su distancia focal es p. Y la distancia del vértice a la mediatriz es también p. p debe ser +. La distancia del origen a la directriz es p = distancia focal. La distancia entre la mediatriz y el foco es $2p$.

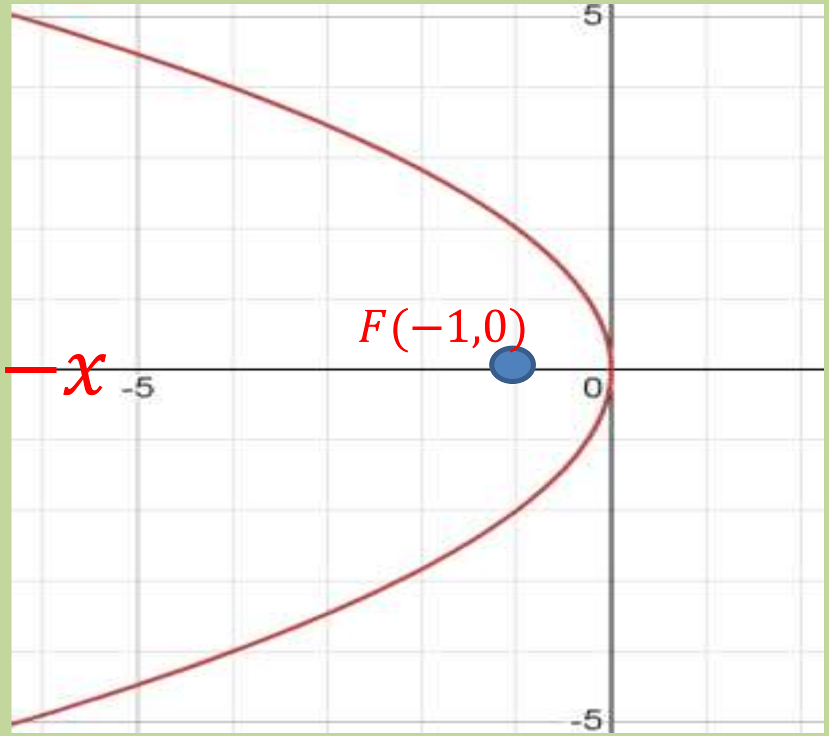
El vértice está en la mitad de la distancia entre el punto donde la mediatriz corta al eje x y el foco.



$$y^2 = 4(1)x$$

$$y^2 = 4px$$

Podemos notar de esta ecuación que la expresión $4px$ debe ser una cantidad siempre positiva, dado que está igualada a un cuadrado, porque si fuera negativa, al sacar la raíz quedaría negativo e imaginaria, de aquí, que p e x deben tener el mismo signo (+ o -), así, cuando $p > 0$ el signo de x debe ser también positivo, por tanto, la parábola abre hacia la derecha (Figura 6.4b)).



$$y^2 = 4(-p)x$$

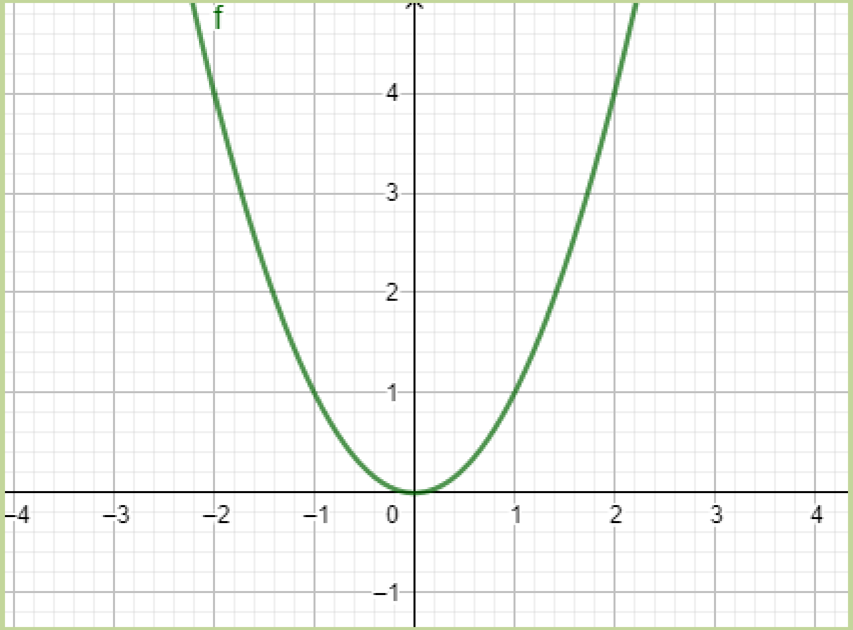
$$y^2 = 4(-1)x$$

Si p es negativo, entonces el signo de x debe ser también negativo, por tanto, la parábola abre hacia la izquierda.

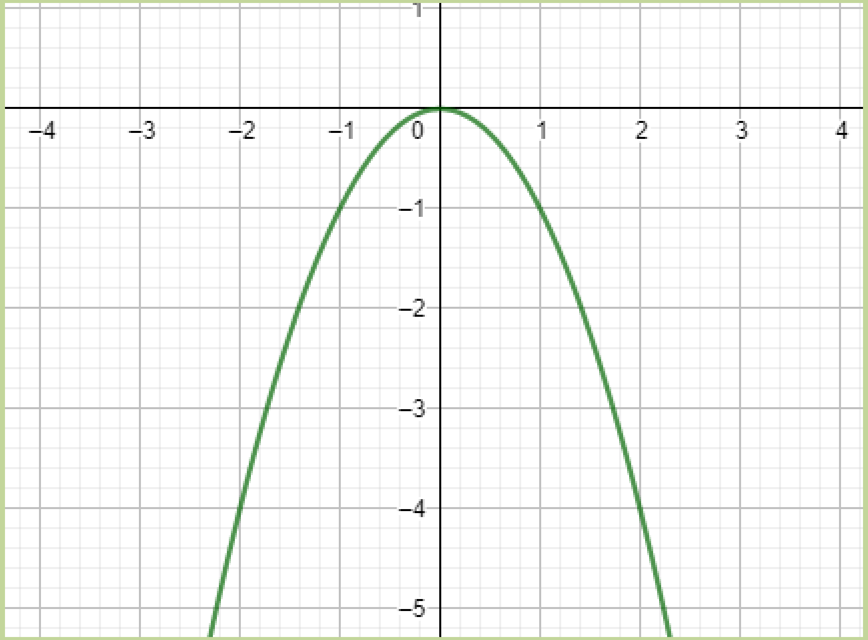
$$x^2 = 4py$$

$$x^2 = 4(1)y$$

-p



$$x^2 = 4(-1)y$$



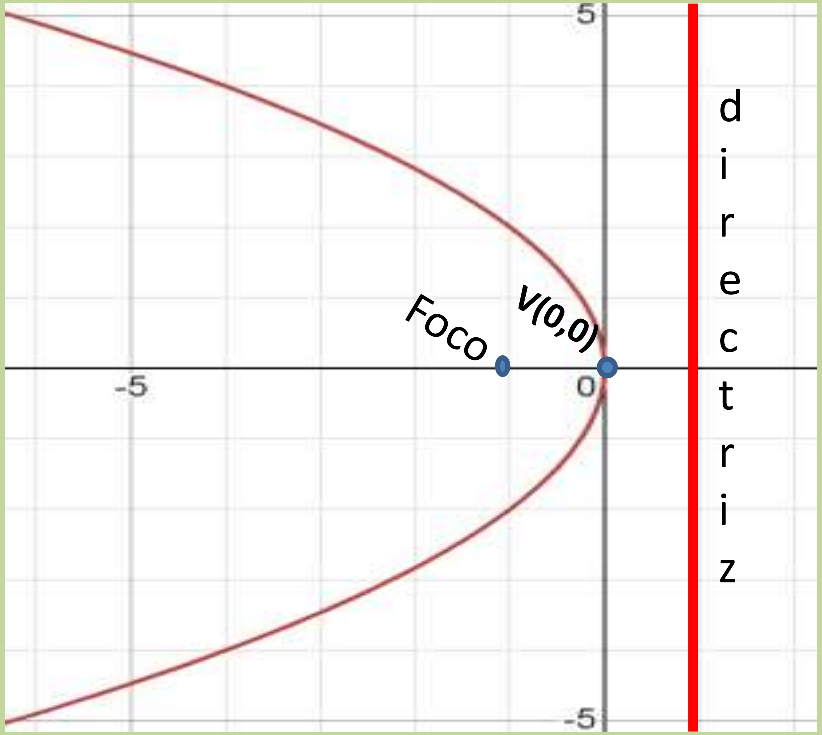
Traslado del gráfico del punto P(0,0) al punto P’(h,k)

Si vamos a mover el gráfico de las cónicas (y de cualquier curva) desde el origen O (0,0) a un punto dado de coordenadas P(h, k) (o lo mismo a un punto P(x_1, $y_{1)}$)) se tiene:

$$y^2 \quad = 4px$$

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$



$$y^2 = 4px = 4(-1)x$$

Observar que el vértice está a la mitad de la distancia entre el foco y la directriz.
También que si la directriz está a la derecha la parábola está a la izquierda. Y p es $-$.
La ecuación canónica de la parábola sin traslación está referenciada a que el vértice esté ubicado en el origen (0,0)

Ejercicio 1

Hallar la ecuación de una parábola cuyo eje focal está en el eje x, y pasa por el punto (4,2). Hallar todos sus elementos.

Ejercicio 2

Dada la ecuación:

$$y^2 + 2y - 4x + 9 = 0$$

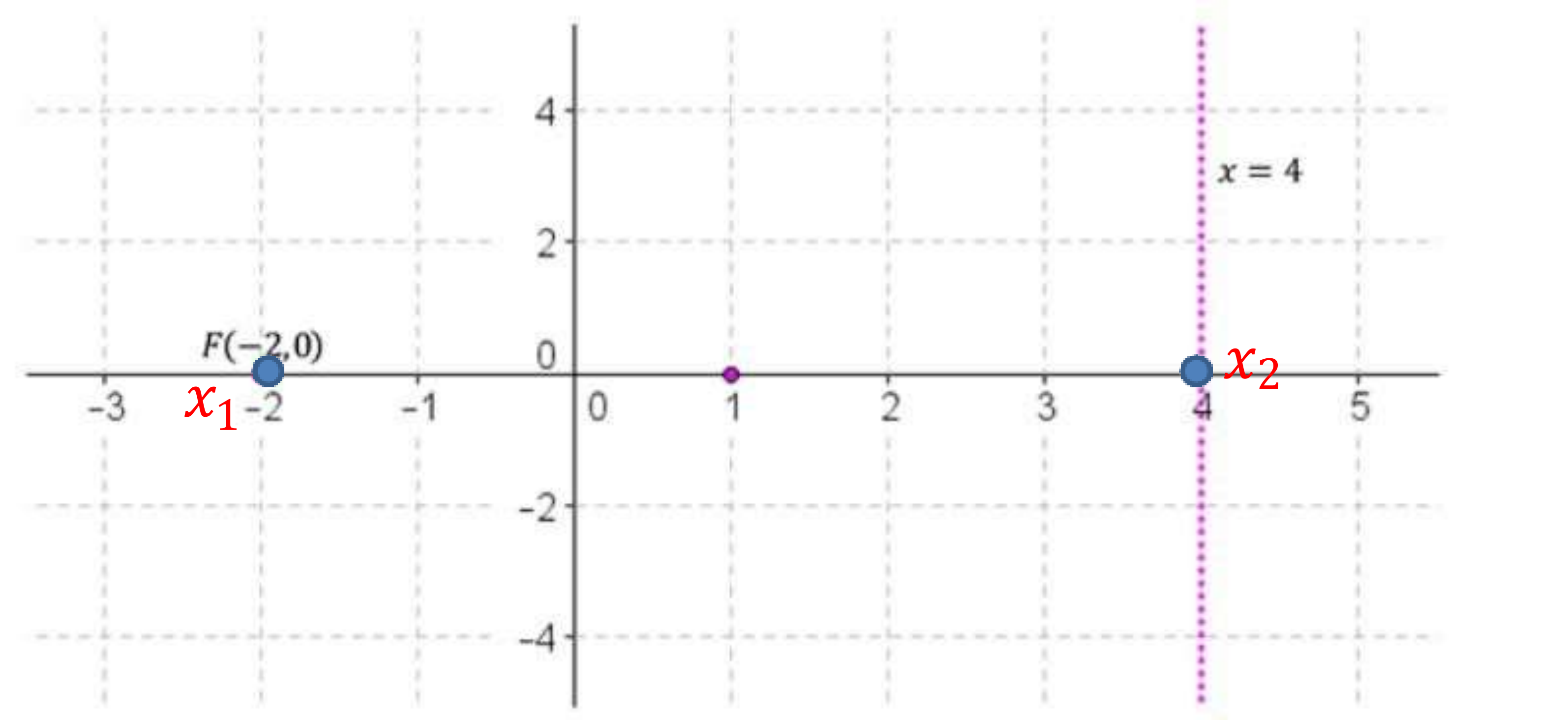
Usar el discriminante para probar que es una elipse.

Hallar (h,k) y todos sus elementos.

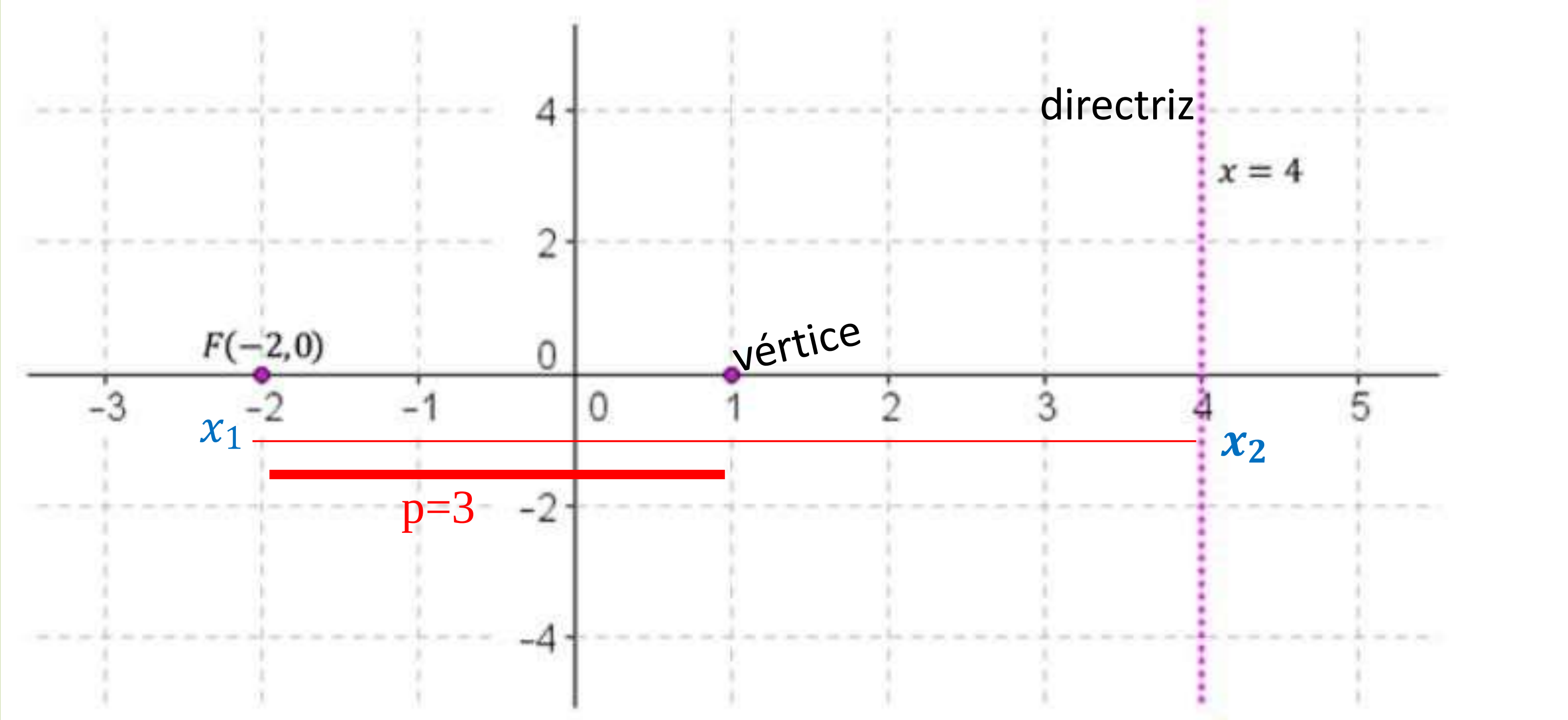
Ejercicio 3

Hallar la ecuación de la parábola de directriz x=+4 y foco F(–2,0)

Es conveniente realizar una figura que represente los datos del enunciado:

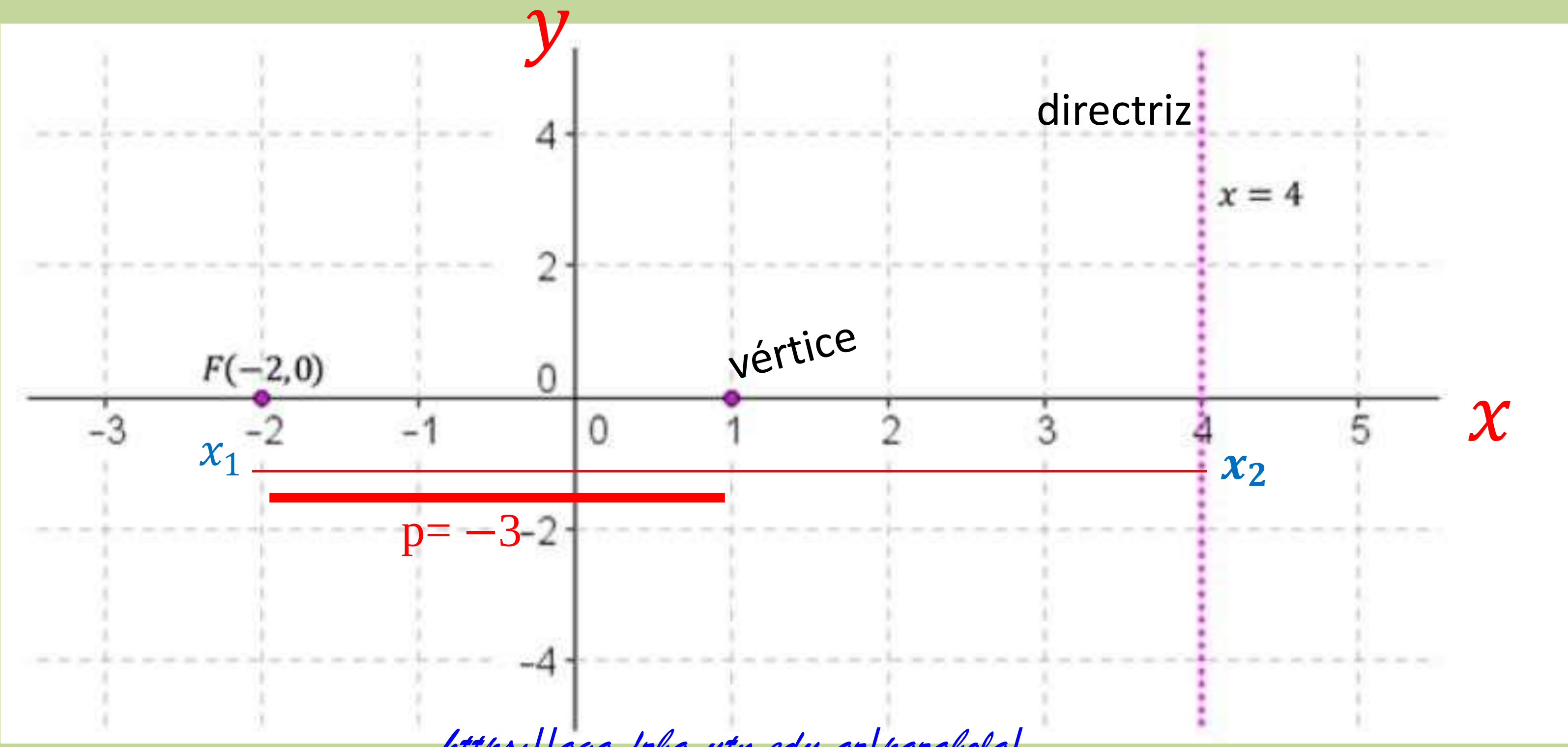


https://aga.frba.utn.edu.ar/parabola/



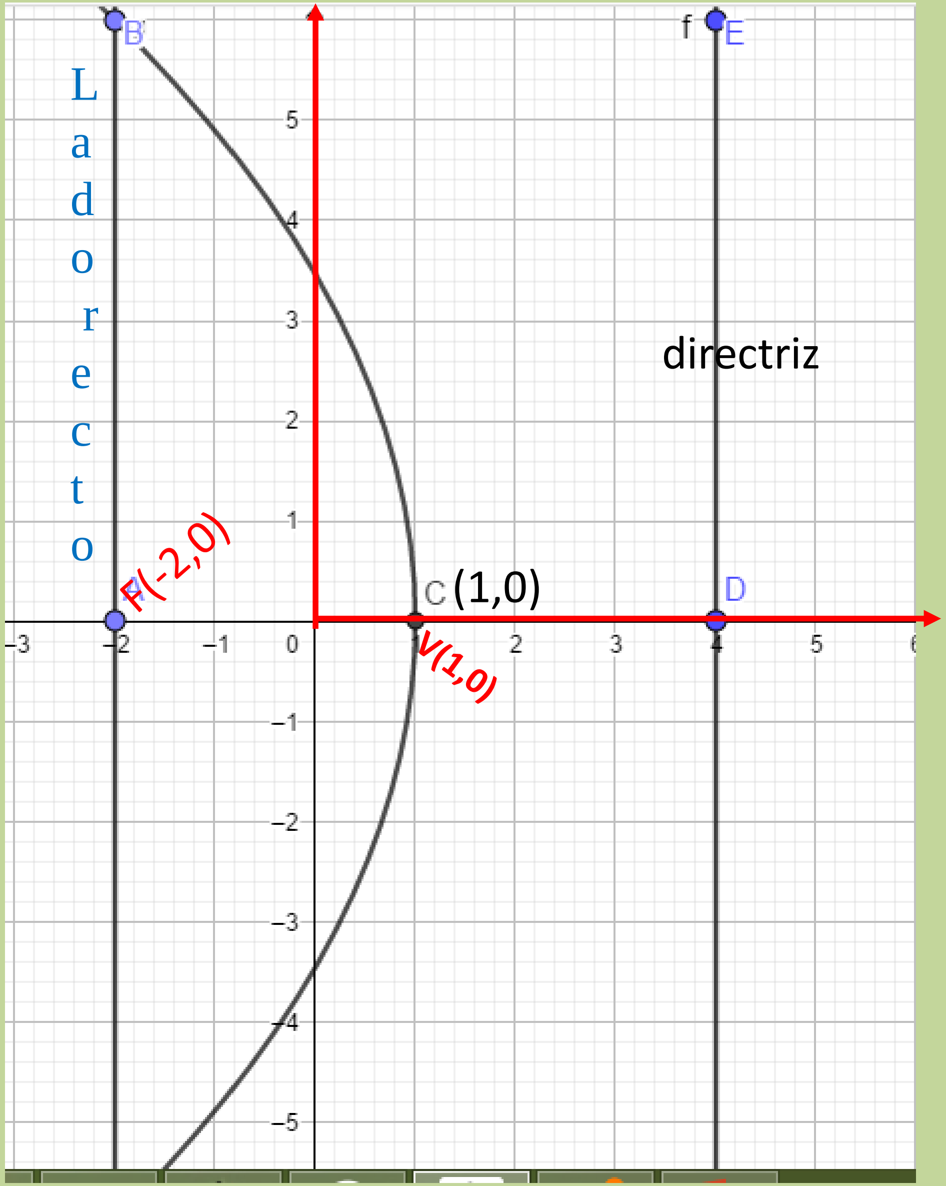
https://aga.frba.utn.edu.ar/parabola/

La distancia entre el foco y la directriz es: $x_2 - x_1$ =4-(-2)=6
El vértice esta en la mitad de esta distancia o sea 3 (tomados de cualquier extremo), también 3 es el valor de p como distancia, p=3.



https://aga.frba.utn.edu.ar/parabola/

El eje focal de la parábola está sobre el eje x, y el foco situado a la izquierda. Como el vértice está sobre el eje x, no hay desplazamiento en el eje y. El foco está a la izquierda por tanto p como coordenada es negativo, p= -3. El lado recto o segmento que pasa por el foco y es paralelo a la directriz es igual 4*p=12. Ahora, podemos graficar la parábola.



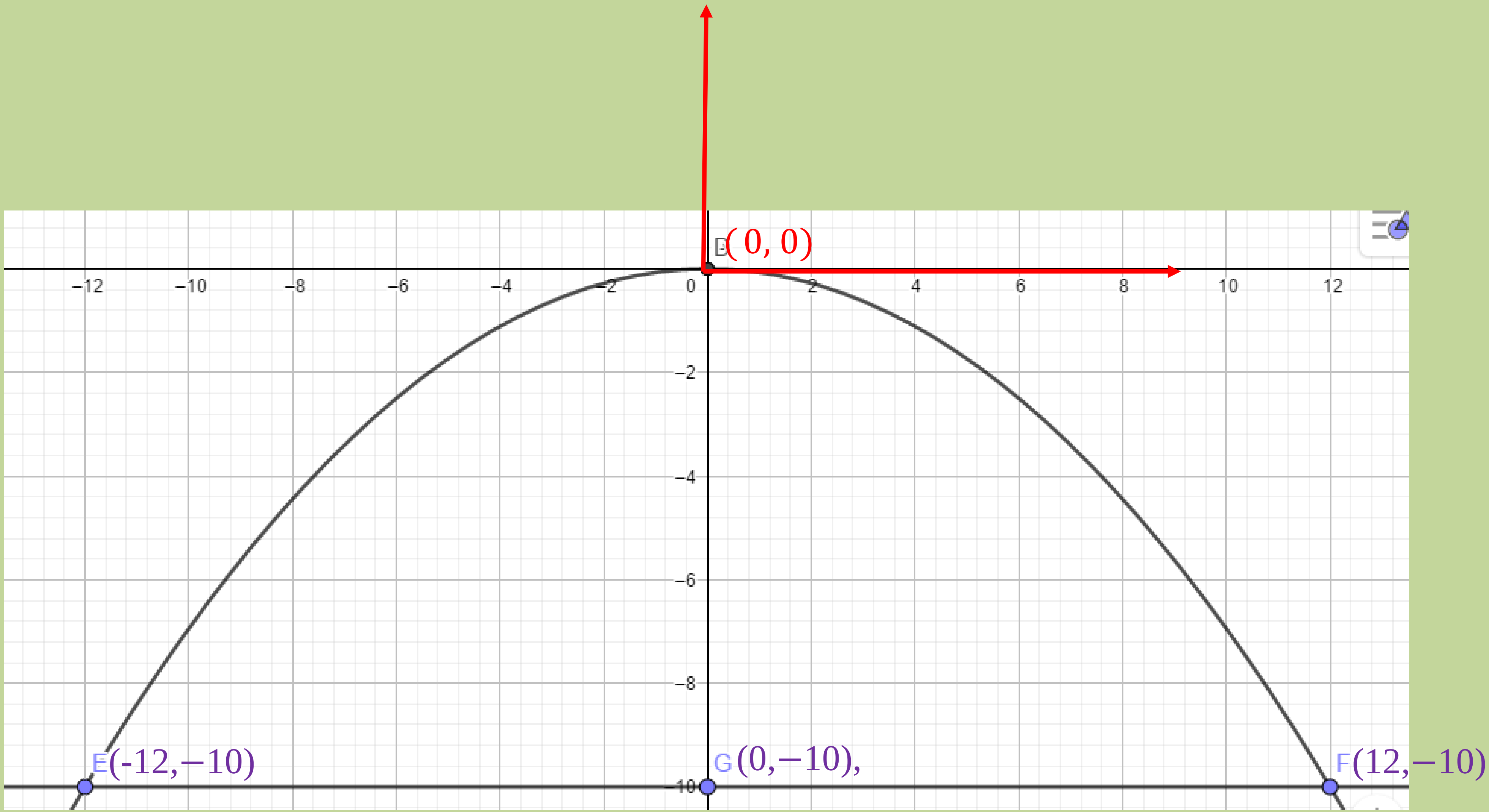
B
E
f
L
a
d
o
r
e
c
t
o
directriz
F(-2,0)
A
C
(1,0)
D
V(1,0)

Como el vértice está desplazado una unidad hacia la derecha con respecto a los ejes coordenados, la parábola está desplazada una unidad hacia la derecha en el eje $x, h = 1$. Remplazando en la ecuación trasladada:

$$y^2 = 4(-3)(x - 1)$$

Ejercicio 4

Un túnel en forma de arco parabólico tiene una altura de 10 metros, y el arco en la base está separado AB: 24 metros. Hallar el foco.



(0, 0)
E(-12,−10)
G (0,−10),
F(12,−10)

La ecuación general de la parábola es de la forma:

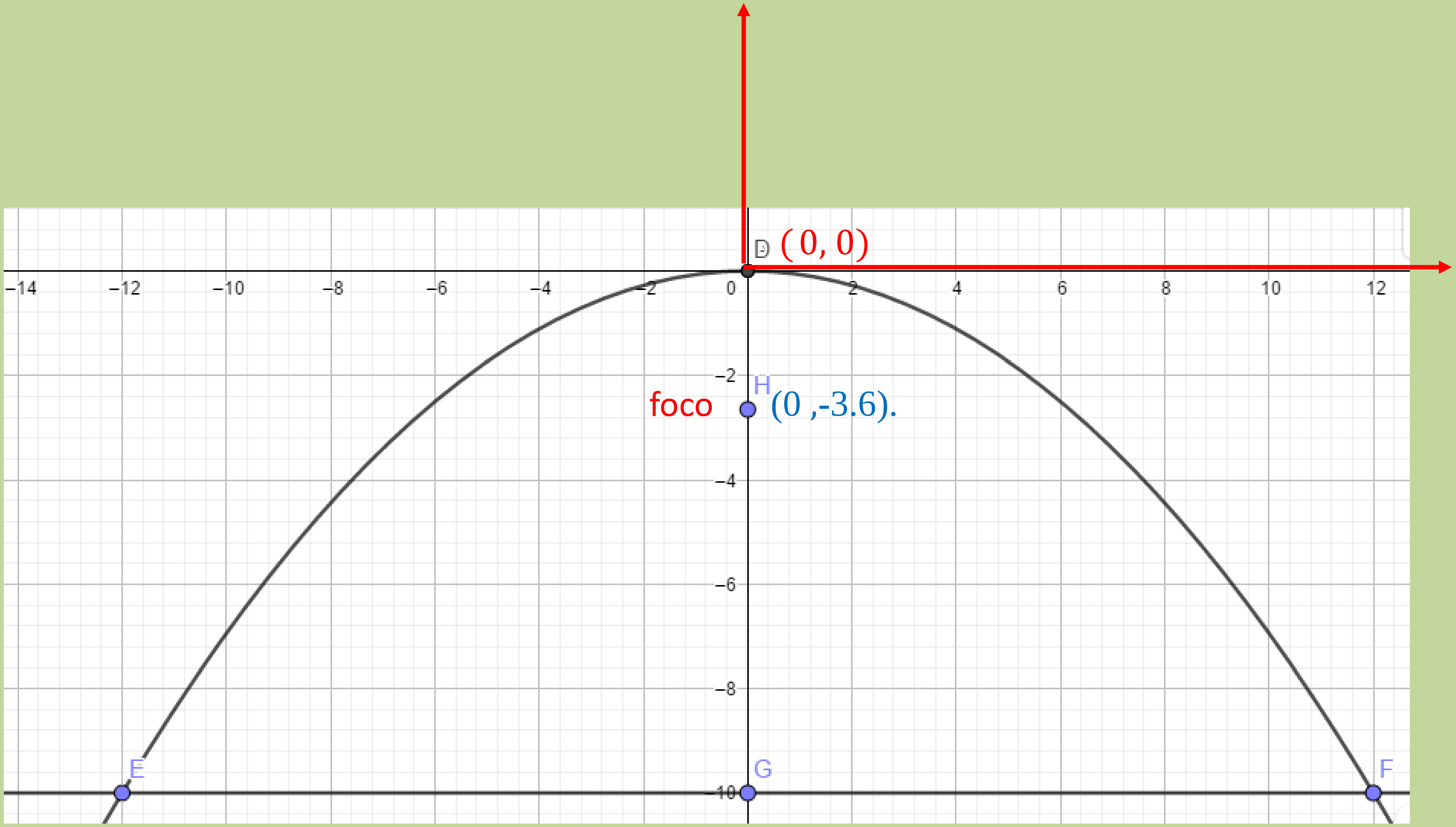
$$x^2 = 4py$$

Como se conocen puntos E y F se pueden emplear uno, para hallar p, $F(12, -10)$.

$$12^2 = 4p(-10)$$

$$144 = -40\text{p}$$

$$p = -\frac{144}{40} = -3.6$$


D (0, 0)
−14
−12
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10
12
−2
H
foco
(0 ,-3.6).
−4
−6
−8
E
G
F
−10

1) Calcular el parámetro, el vértice, el foco, la directriz y el eje de simetría de las siguientes parábolas:

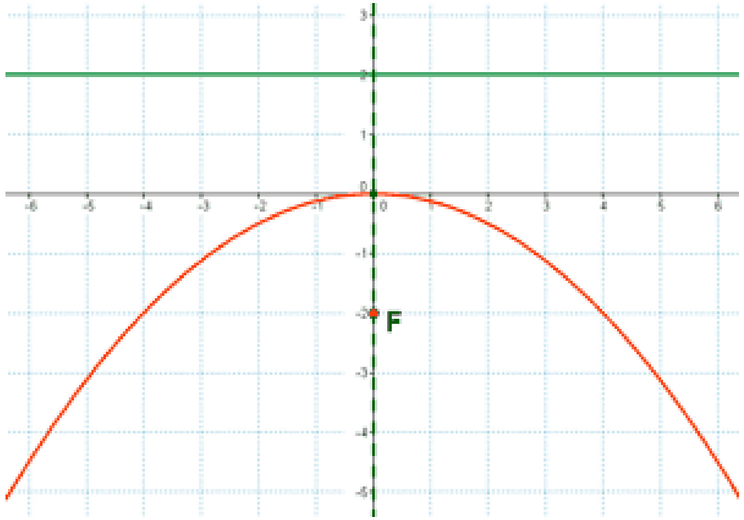
a) $x^2 = -8y$ b) $y^2 = 10x$ c) $y^2 + 4x = 0$ d) $x^2 - 5y = 0$

$y^2 = 4px$ 4p=-8 p= $\frac{-8}{4}$ = -2

(a)

$x^2 = -8y \quad \Rightarrow \quad x^2 = -2py$

Parámetro: p	Parámetro:
Vértice: $V(0, 0)$	Vértice: $V(0, 0)$
Foco: $F\left(0, \frac{-p}{2}\right)$	Foco: $F(0, -2)$
Directriz: $y = \frac{p}{2}$	Directriz: $y = 2$
Eje de simetría: OY	Eje de simetría: OY



5/27/2019

38

Why study the parabola?

The parabola has many applications in situations where:

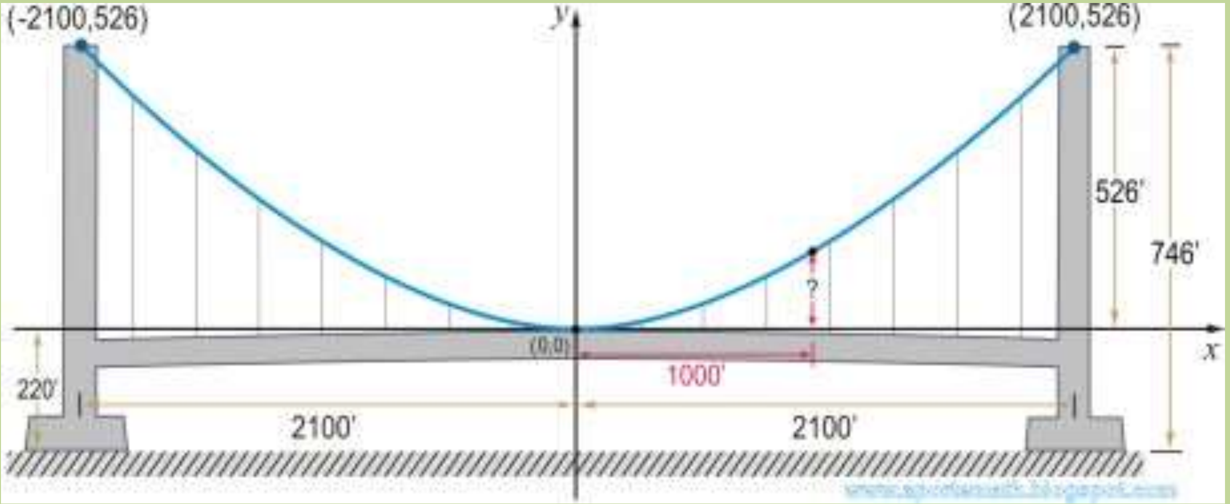
- Radiation often needs to be concentrated at one point (e.g. radio telescopes, pay TV dishes, solar radiation collectors) or
- Radiation needs to be transmitted from a single point into a wide parallel beam (e.g. headlight reflectors).

http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/c15_foco_parabola.html

Presencia de parábolas en la Arquitectura

En algunas construcciones arquitectónicas se utilizan cables o estructuras con forma de parábolas, ya que estas distribuyen de manera uniforme el peso al que son sometidas. En el campo de la construcción y diseño, encontramos que la Parábola es utilizada con frecuencia para darle un realce y una mejor presentación a las construcciones

https://prezi.com/1m7w3uxwrj54/parabola-y-elipse-en-la-arquitectura/



La forma parabólica permite que las fuerzas de compresión se transfieran a las torres, que sostiene el peso del tráfico.

https://seccionesconicasayuda.wordpress.com/aplicaciones-de-la-parabola-en-la-vida-real/

http://arquimedes.matem.unam.mx/PUEMAC/PUEMAC_2008/conicas/html/aplicac_parabola.html

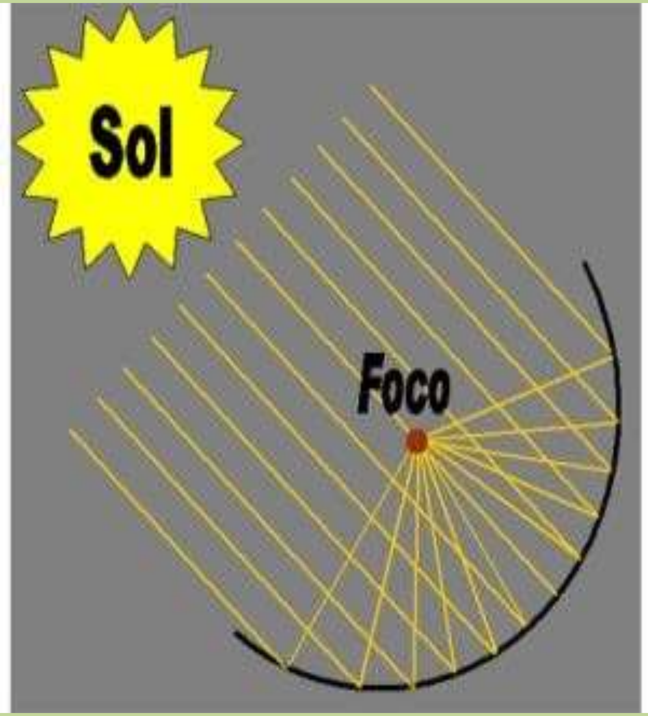
Una parábola refleja un sonido producido en su foco según líneas paralelas. Una aplicación corriente de estas particularidades es la de los anfiteatros al aire libre en los que la concha atrás del escenario se diseña para reflejar los sonidos hacia al auditorio.

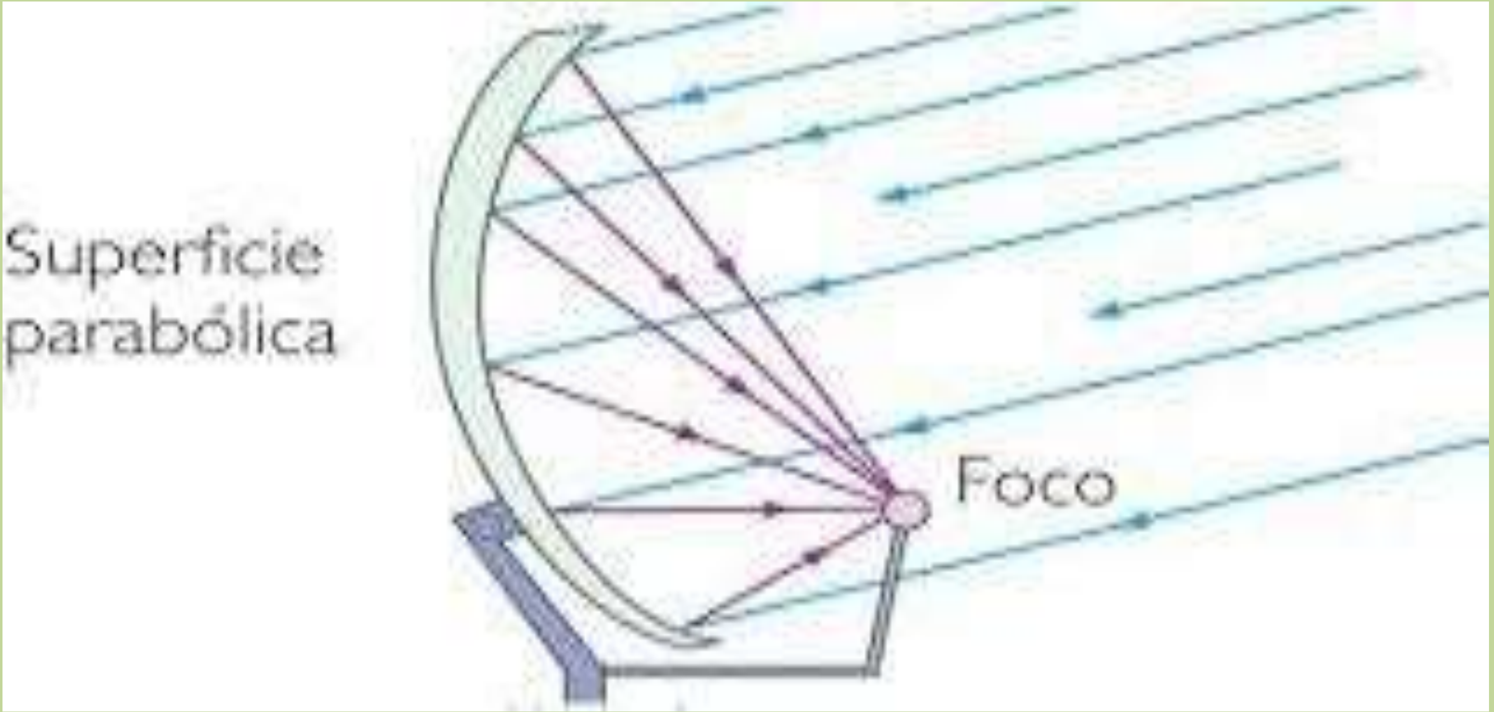
https://seccionesconicasayuda.wordpress.com/aplicaciones-de-la-parabola-en-la-vida-real/

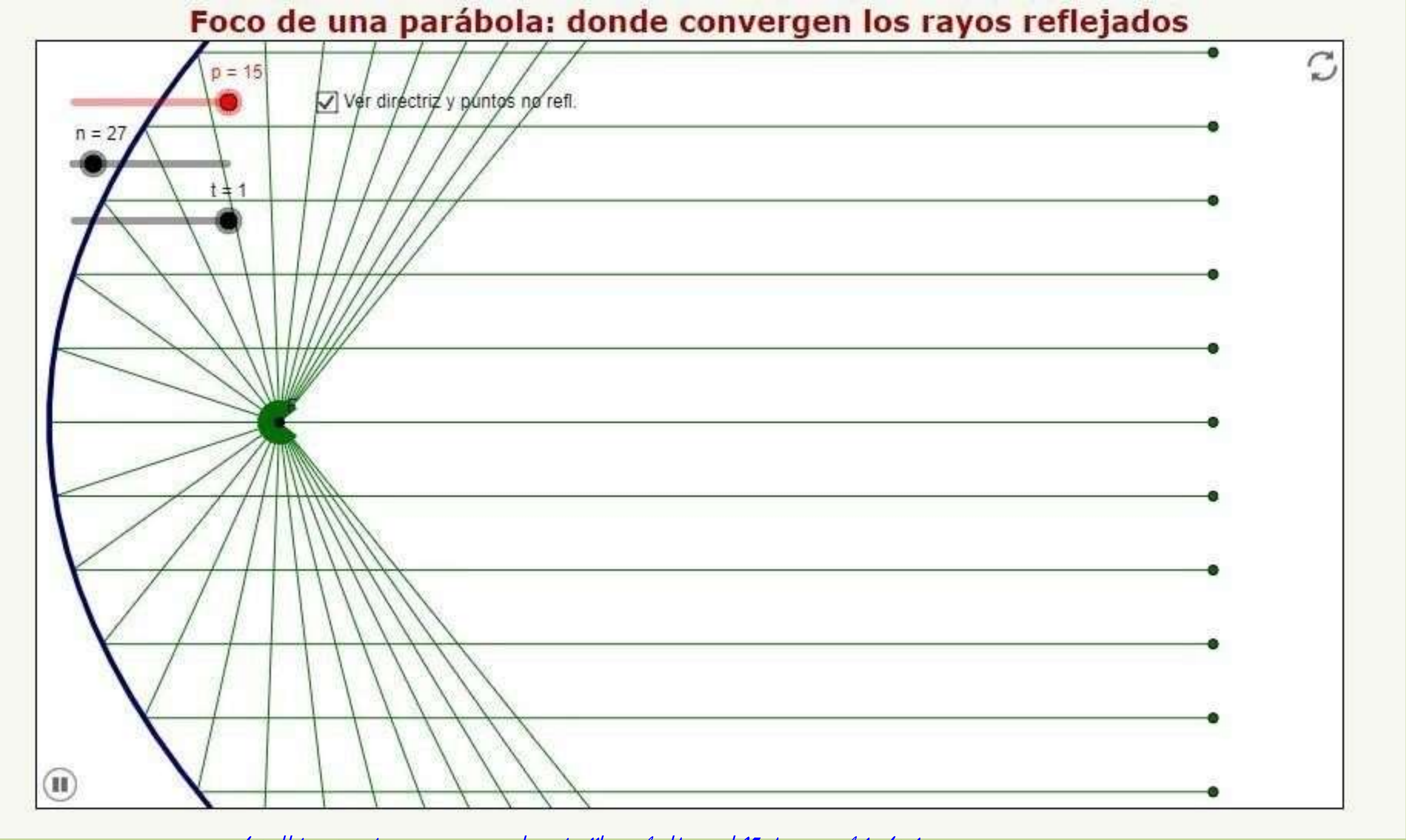
Faros de vehículos y micrófonos parabólicos

Al colocar en el foco de un paraboloide un emisor de señal, todas las señales rebotarán en la superficie y saldrán paralelamente hacia afuera. En los faros de vehículos esto tiene lugar cuando se coloca una bombilla en el foco para emitir más luz.

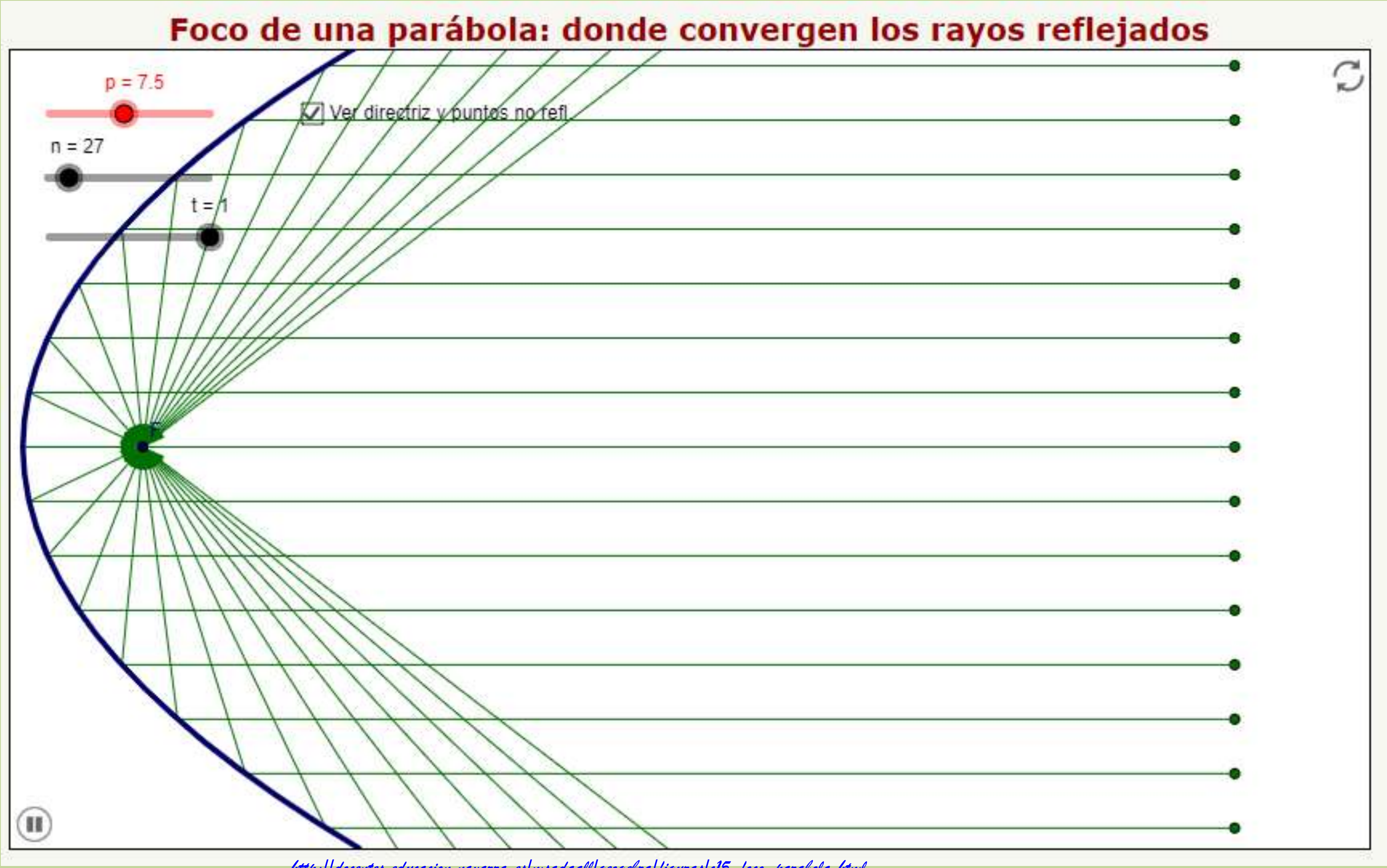
En los micrófonos parabólicos se da cuando se coloca un micrófono en el foco de un paraboloide para emitir mayor cantidad de sonido.


Sol
Foco

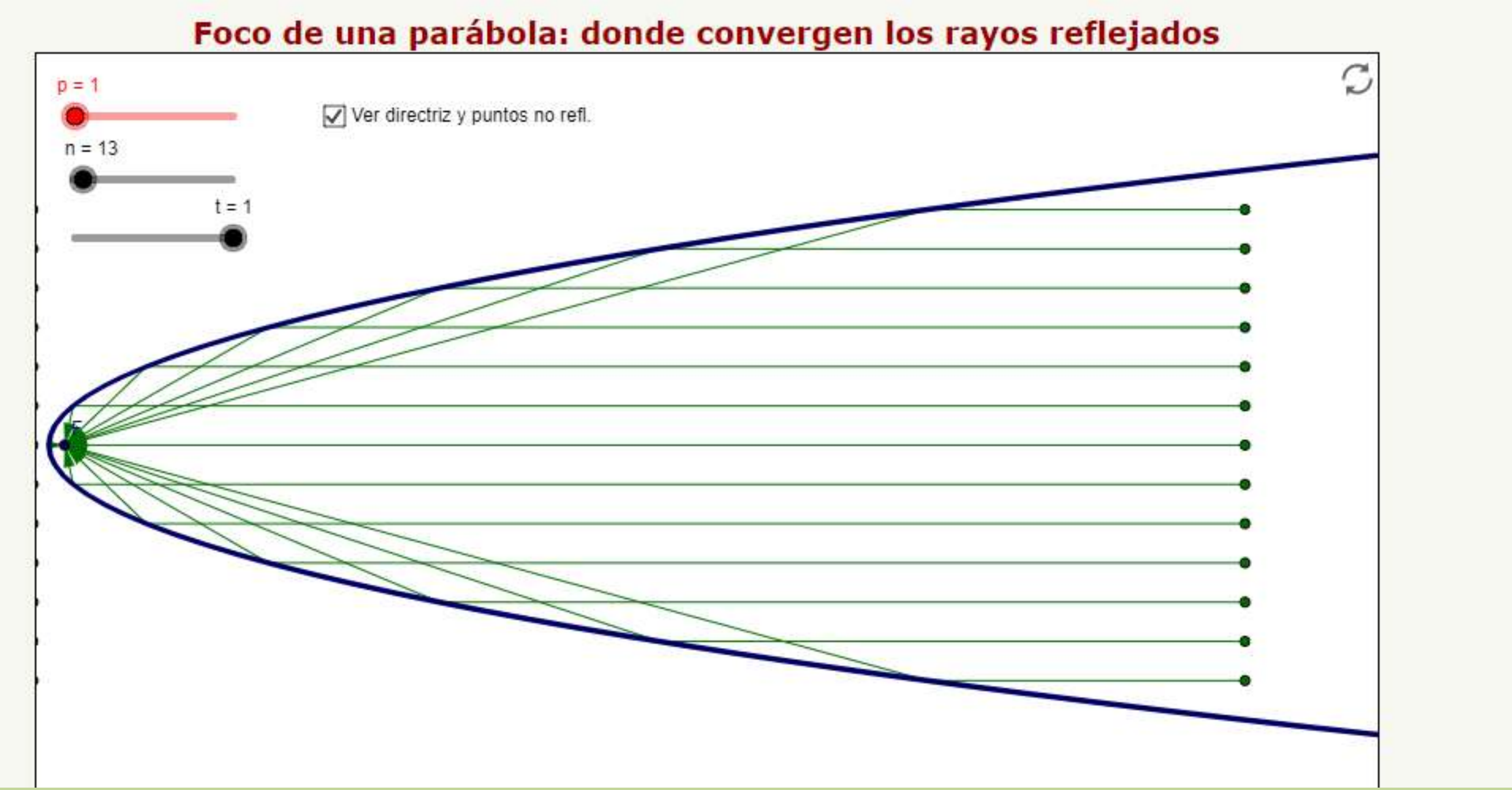

Superficie
parabólica
Foco



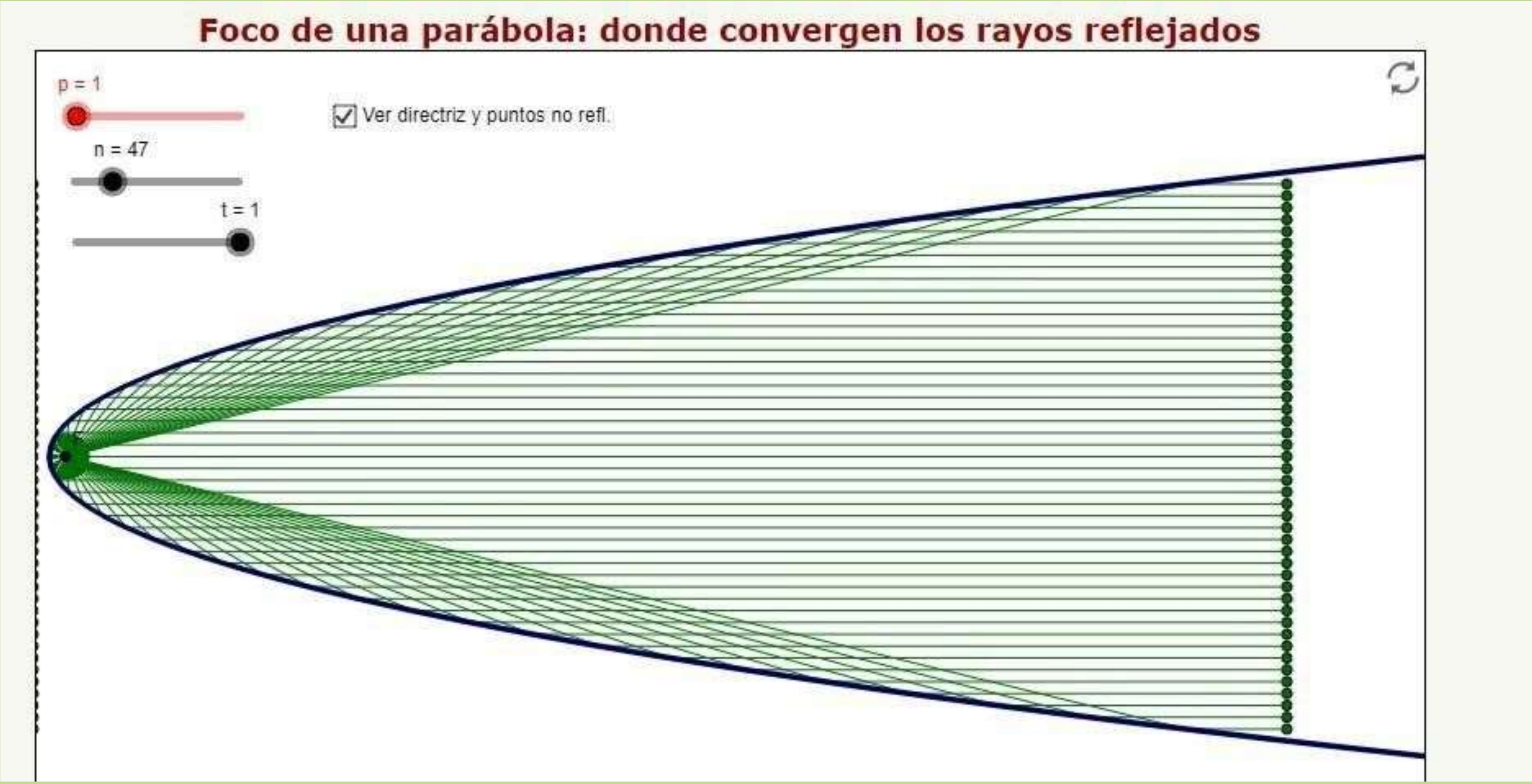
http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/c15_foco_parabola.html



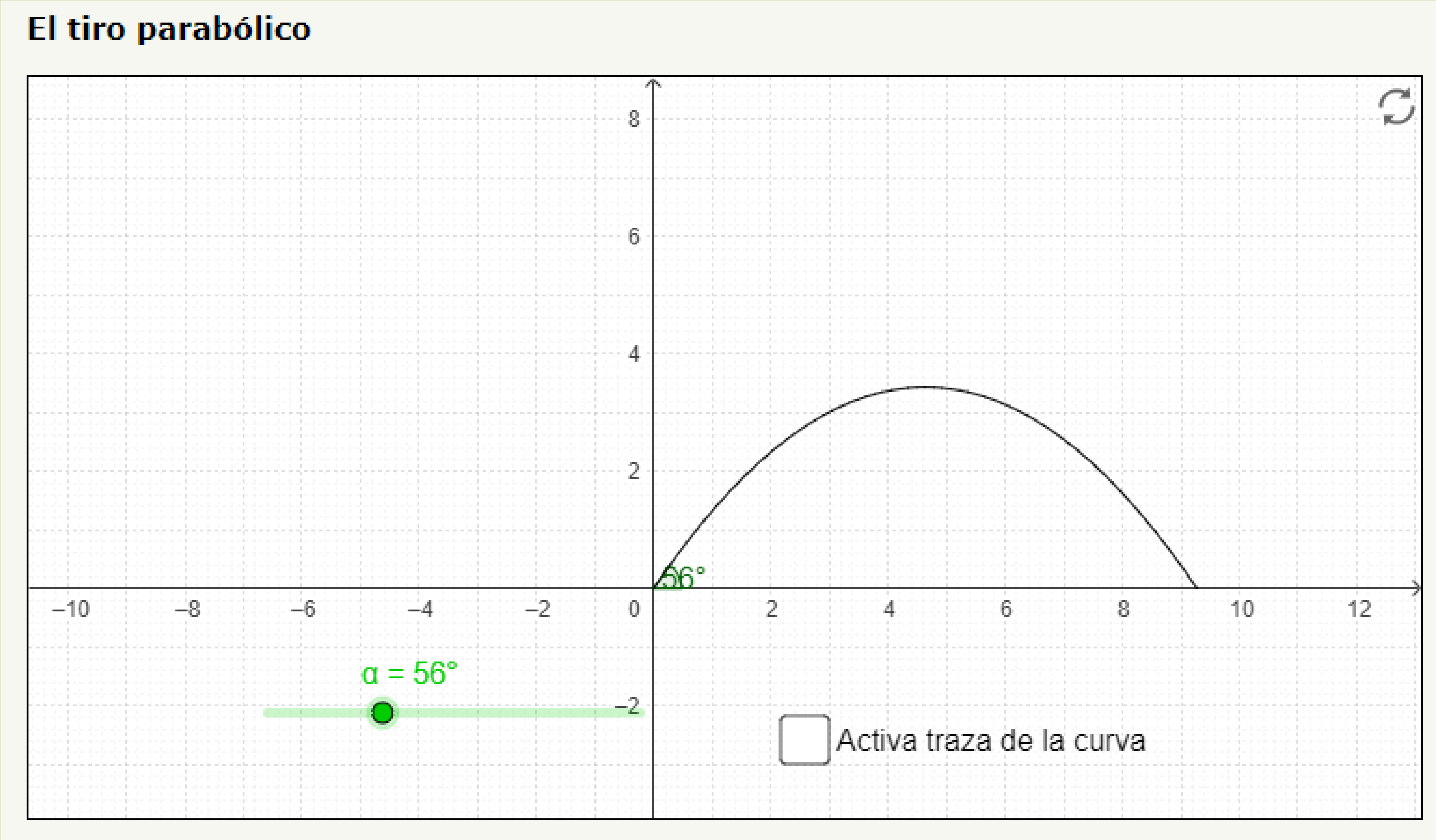
http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/c15_foco_parabola.html

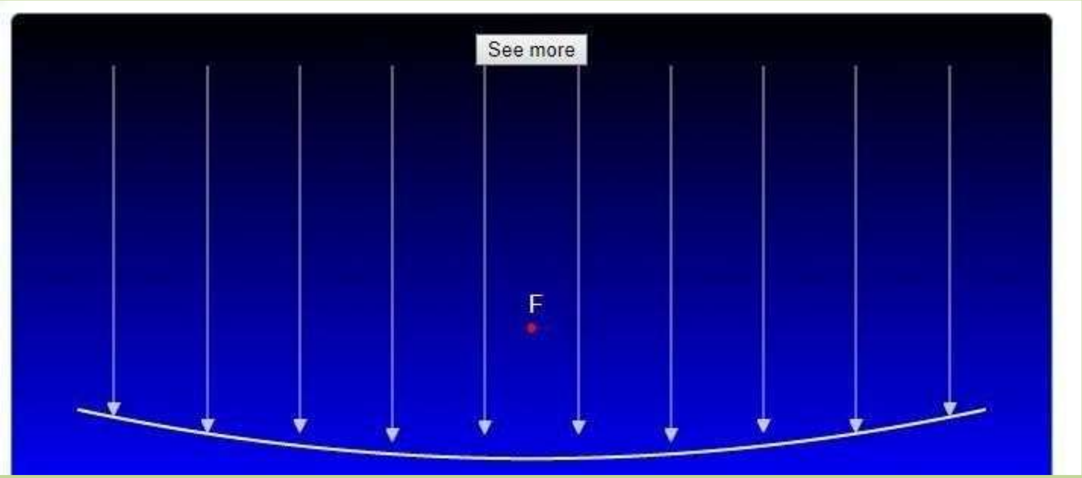


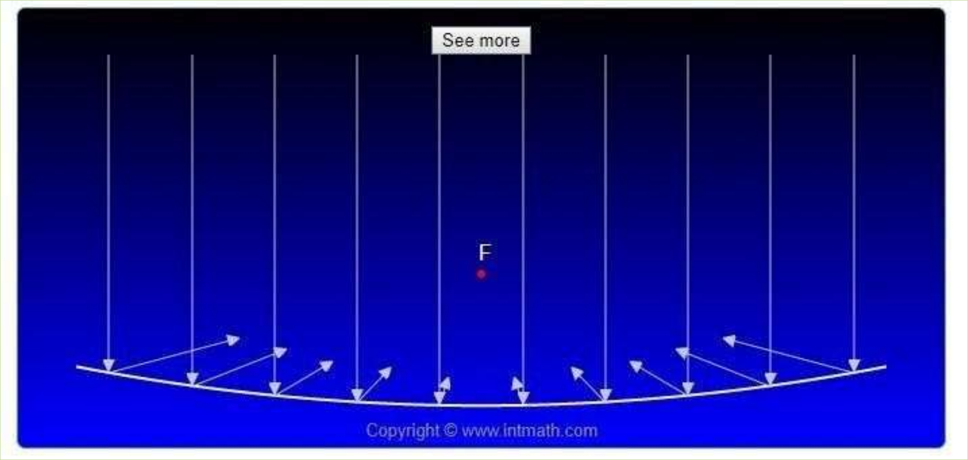
http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/c15_foco_parabola.html

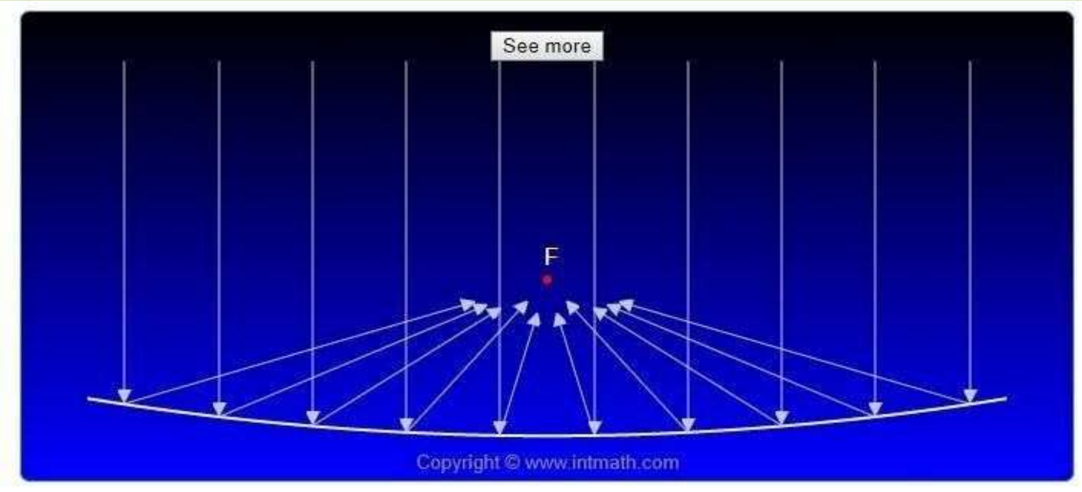


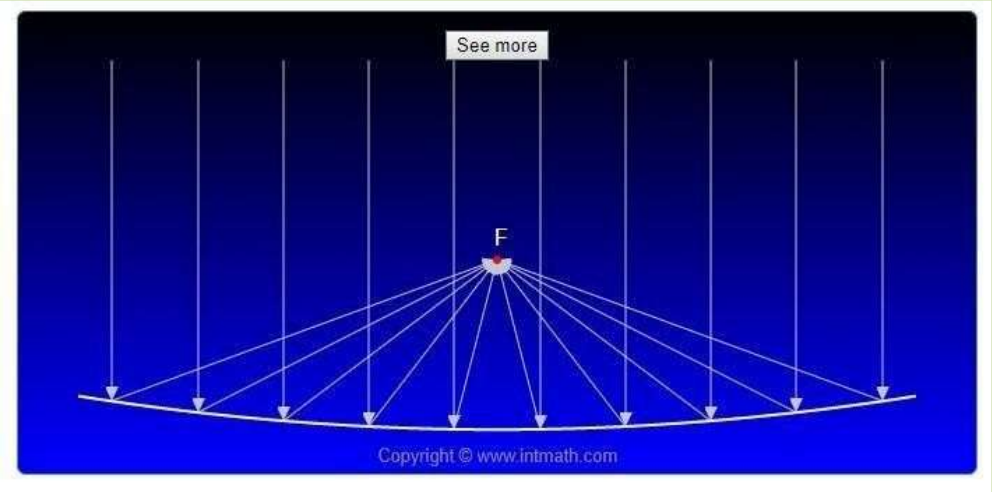
http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/figuras/c15_foco_parabola.html


El tiro parabólico
8
6
4
2
−10
−8
−6
−4
−2
0
2
4
6
8
10
12
56°
α = 56°
−2
Activa traza de la curva









- https://www.intmath.com/plane-analytic-geometry/4-parabola.php

WRITING AND GRAPHING EQUATIONS OF CONICS

STANDARD FORM OF EQUATIONS OF TRANSLATED CONICS

In the following equations the point (h, k) is the ***vertex*** of the parabola and the ***center*** of the other conics.

CIRCLE $(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

	Horizontal	Vertical
PARABOLA	$(y-k)^2 = 4P(x-h)$	$(x-h)^2 = 4P(y-k)$
ELLIPSE	$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} + \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ a > b	$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} + \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ b > a
HYPERBOLA	$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} - \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$	$\dfrac{(y-k)^2}{b^2} - \dfrac{(x-h)^2}{a^2} = 1$