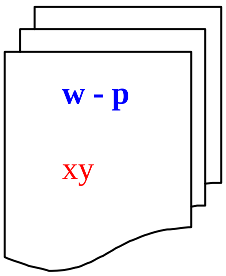
MINEDUC – ARICA
PROYECTO FIER

% Ψ

$X^2 + Z^2$

MI DIARIO DE

$m^2 - n^2$



ALGEBRA

$\sqrt{3}$

NOMBRE DEL ALUMNO : --

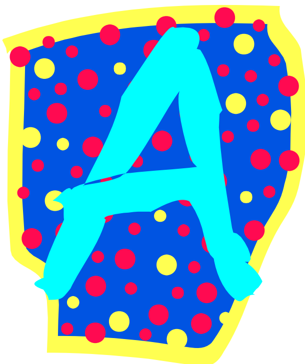
CURSO : --

COLEGIO : --

FECHA : --

PROFESOR : --

AÑO 2002



$x + y + z$

INTRODUCCION

En estos tiempos de cambios que nos invitan a reflexionar sobre cómo entregara uno de nuestros contenidos con un enfoque recreativo que apoye la presentación formal del Algebra a los alumnos a participar de ella de una manera más interactiva y entretenida a través de juegos, rompecabezas, estímulos y en un clima aceptación, afecto y respeto; sabemos que muchas son las causas que originan dificultades en el aprendizaje de la matemática , produciendo ansiedad, desagrado y sensaciones de amenaza en los estudiantes, por eso es que consideramos que al estimular un metodología lúdica, participativa, reflexiva e integrada para el proceso de construcción y adquisición de conocimientos que ayudará a superar estas dificultades y a lograr una actitud positiva hacia el aprendizaje de esta disciplina.

Una manera de que no sea tan árido el Algebra para los jóvenes que recién se inician en enseñanza media es trabajar con juegos, ilustraciones, anécdotas, poesías que estén relacionadas con la materia, utilizando el lenguaje matemático integrado contenidos y estimulando el trabajo grupal.

Al darle énfasis al juego y el trabajo cooperativo encontraremos valores tales como la tolerancia, compañerismo, la confianza en sí mismo y muchas otras cosas más.

Lo que crea un grato ambiente en la sala de clases. Nuestro objetivo al realizar este proyecto es proporcionar una visión diferente, un Algebra entretenida, que se aprende de manera reflexiva, con comprensión y sin temores.

ASPECTOS POSITIVOS

1) El material comprado ha sido útil para el logro de los objetivos y desarrollo del proyecto.
2) El intercambio de experiencias entre los Liceos nos ha dado una visión más amplia de los diferentes tipos de alumnos que tenemos.
3) Intercambio de estrategias metodológicas lo que nos ha ayudado a enriquecer nuestro quehacer educativo.
4) Nos hemos afianzado como equipo de trabajo.
5) El ambiente de aula fue más agradable e interactivo, el alumno trabajaba tranquilo y ordenado.
6) Los estímulos fueron una motivación inicial para un trabajo más eficaz, participativo y alegre.
7) La asistencia a clases en general fue buena al igual que las evaluaciones.
8) Consideramos que la estrategias utilizadas fueron adecuadas porque se notó el interés por trabajar, la disciplina en clases fue mucho mejor, el ambiente fue más relajado y productivo, así lo testimonian los resultados de las evaluaciones realizadas por los alumnos.
9) El juego de Memorix de productos Notables y/o factorización lo realizaban de 4 a 5 alumnos, se colocaban todas las cartas en la mesa boca abajo y cada alumno debía encontrar la pareja que correspondía levantando solo dos cartas, si no adivina esperaba su turno y tenía que estar atento a las cartas que sacaban sus otros compañeros porque podían hallar su pareja. Debía tener mucha memoria para recordar la ubicación y también saber la respuesta. Los ayudó a organizarse, aceptar reglas y revisar sus conocimientos.

   El rompecabezas tangrama lo jugaron compitiendo por grupos. Cada grupo debía tener bien realizado el dibujo que se les asignaba. Para ellos fue divertido, relajante y de apoyo mutuo. El primero que terminaba del grupo a otro compañero a realizarlo.
10) El promedio de notas en el curso mejoró al igual que la asistencia e interés por la signatura.

DIFICULTADES

1) El tiempo para adquirir los materiales llegaba muy tarde lo que nos obligaba a realizar compras apresuradas y no fue posible la salida a terreno.
2) Los profesores que participaban no tenían el tiempo dentro de su carga horaria y nos reuníamos fuera del horario, usando nuestro tiempo libre. otros colegas no pudieron seguir participando por cambio de horario en su establecimiento o enfermedad.
3) De 7 colegios llamados a participar solamente continuaron hasta al final: A – 1, Colegio Integrado y Liceo Politécnico Arica.

PROYECCIONES

Consideramos que debemos perfeccionar el trabajo realizado agregando más actividades y ejercicios para que desarrolle el alumno.

Este proyecto nos invita a continuar trabajando con más innovaciones pedagógicas al interior del aula, las que son enriquecidas por las vivencias anteriores.

La integración con los demás Liceos nos permite ayudarnos mutuamente a resolver dificultades que se nos presentan al interior del aula e intercambiar experiencias metodológicas.

Se fortalece nuestro quehacer educativo.

- Las salidas a terreno son un gran refuerzo y estímulo para que los alumnos asocien el contenido en contexto y desarrollen otras capacidades lógicas como el orden, organización, el análisis y la reflexión.
- El juego es un forma de atraer a los jóvenes ala asignatura siendo la clave para la organización reflexión, creación, imaginación del pensamiento.

Mineduc – Arica
Proyecto FIER

EDITORIAL

La palabra Álgebra proviene del nombre de un matemático árabe del siglo IX llamado MUHANMAD IBN MUSÁ ALJWARIZMI, quien escribió el Primer Tratado de Álgebra.

Entre los más antiguos testimonios gráficos de relaciones matemáticas que puedan considerarse expresiones algebraicas o ecuaciones, están las Tablas de AHMES, un papiro egipcio que se conserva en el Museo Británico de Londres. Posteriormente, el Álgebra experimentó un gran desarrollo en Grecia con la Escuela Pitagórica y los aportes de Diofanto de Alejandría.

Podemos ver que la Física se relaciona con la Matemática, en lo siguiente:

La Física es una disciplina científica que se ocupa de estudiar fenómenos naturales relacionados con la constitución de la materia y del origen de sistema tales como los planetas, las estrellas, las galaxias. En esta búsqueda aparecen diversos conceptos como por ejemplo masa, calor, carga eléctrica, temperatura, corriente eléctrica, ondas, etc..

Algunos de estos conceptos se relacionan entre si mediante ciertos principios básicos que sirven para enfrentar problemas nuevos que se expresan por medio de fórmulas (expresiones reducidas) en la que intervienen tanto letras como números.

El arte de calcular con letras es lo que entendemos por Álgebra.

Por su universalidad, la simbología es utilizada en muchas partes del mundo.

PRODUCTOS NOTABLES

Se llaman productos notables aquellos resultados de la multiplicación que tienen características especiales, como veremos a continuación:

PRODUCTOS NOTABLES: a) Cuadrado de un Binomio
b) Productos de Binomios que tienen un término común
c) Suma por su Diferencia
d) Cubo de un Binomio

a) Cuadrado de un Binomio:

$$\boxed{(a \pm b)^2}$$

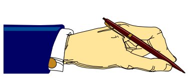
Para encontrar la fórmula resolveremos el cuadrado del binomio como un producto de factores iguales.

EJEMPLO :

1. $(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. $(m + n)^2 = (m + n)(m + n) = m^2 + m\,n + m\,n + n^2 = m^2 + 2mn + n^2$
3. $(c + d)^2 = (c + d)(c + d) = c^2 + c\,d + c\,d + d^2 = c^2 + 2cd + d^2$

¿Qué sucede cuando tenemos signo menos?

1. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$
2. $(m - n)^2 = (m - n)(m - n) = m^2 - m\,n - m\,n + n^2 = m^2 - 2mn + n^2$
3. $(c - d)^2 = (c - d)(c - d) = c^2 - c\,d - c\,d + d^2 = c^2 - 2cd + d^2$



Después de los ejemplos anteriores analiza cada uno de ellos, fijándote en los términos que dan como resultados, para que luego contestes las siguientes preguntas:

1. ¿Qué tienen en común los tres primeros ejemplos?________________________________
2. ¿Qué tienen en común los tres segundos ejemplos?________________________________
3. Sí té fijas en el resultado de los 6 ejemplos que tienen en común el primer y tercer término.________________________________

4. ¿Qué diferencia hay entre los primeros ejemplos y los segundos?__________________
5. ¿Por qué crees tu, a que se debe está diferencia?________________________________
6. ¿Cómo obtenemos el segundo término en los resultado?____________________________

Después de haber contestado las preguntas anteriores podrías deducir cuál sería la fórmula para calcular un Cuadrado de Binomio:

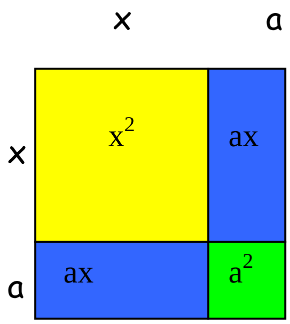
$(x \pm y)^2 =$

Por lo tanto el cuadrado de un binomio es igual: Al cuadrado del primer término (siempre positivo) más o (menos) el doble del producto del primer término por el segundo término, más el cuadrado del segundo término (siempre positivo).

EJERCICIOS : Aplicando la fórmula encuentra el resultado de los siguientes Cuadrados de Binomios:

1. $(x + 3)^2 =$	2. $(m + 12)^2 =$
3. $(2x+5)^2 =$	4. $(7x + 9)^2 =$
5. $(x - 11)^2 =$	6. $(8 - y)^2 =$
7. $(5x - 7)^2 =$	8. $(4x - 13y)^2 =$
9. $(x + 0{,}3)^2 =$	10. $(0{,}2x - 0{,}9y)^2$
11. $(5mn^2+ 3)^2 =$	12. $(a^2b^3 + c^5)^2 =$
13. $(x - \frac{1}{5})^2 =$	14. $\left(\frac{3}{4}x+\frac{2}{5}y\right)^2 =$
15. $\left(\frac{1}{2}-0{,}5x\right)^2 =$	16. $\left(\frac{3}{5}x+\frac{7}{3}y\right)^2 =$

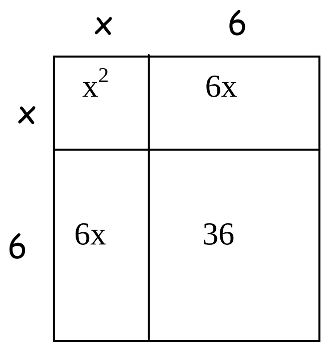
Analizaremos geométricamente el Cuadrado de un Binomio, Consideremos que $(x + a)$ es el lado de un cuadrado.



El área del cuadrado de lado $(x + a)$ corresponde a las suma de las áreas que se forman:

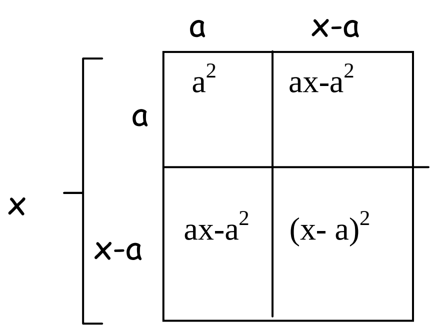
$$(x + a)^2 = x^2 + a\,x + a\,x + a^2$$
$$= x^2 + 2ax + a^2$$

EJEMPLO : $(x + 6\,)^2$ = ¿?



$$(x + 6\,)^2 = x^2 + 6x + 6x + 36$$
$$= x^2 + 12x + 36$$

¿Qué sucede cuando tenemos: $(x – a\,)^2$?



El área del cuadrado sombreado corresponde a $(x\text{-}a)^2$, que es equivalente a:

$$(x-a)^2 = x^2 - [\, a^2 + (ax-a^2) + (ax - a^2)]$$
$$x^2 - [a^2 + ax - a^2 + ax - a^2]$$
$$x^2 - a^2 - ax + a^2 - ax + a^2$$
$$x^2 \;\; - 2ax \; + a^2$$

EJERCICIO : Resolver los siguientes cuadrados de un binomio geométricamente.

1. $(x + 1\,)^2$ =	2. $(x-4)^2$ =	3. $(\,a + 3)^2$ =

4. $(a - 8)^2 =$	5. $(x + y)^2 =$	6. $(m + 7)^2 =$

Piensa y responde: ¿Es $(a - b)^2 = (b - a)^2$? ¿ Por que?

<u>EJERCICIOS</u> : Complete los siguientes espacios que faltan en el cuadrado de binomio:

1. $(x + \_\_\_)^2 = \_\_\_\_ + 4xy + \_\_\_\_\_\_$	2. $(6 - \_\_\_)^2 = \_\_\_\_ - 12x + x^2$
3. $(\_\_ - \_\_\_)^2 = 9x^2 - \_\_\_\_ + 16$	4. $(\_\_ + 5x)^2 = \_\_\_\_ + 40x + \_\_\_\_\_$
5. $(6x-7)^2 = \_\_\_\_ - \_\_\_\_ + \_\_\_\_$	6. $(\_\_\_ - \_\_\_\_)^2 = \_\_\_\_ - 30x^2 + 9$
7. $(\_\_\_ + \_\_)^2 = x^4 - 16x^2 + \_\_\_\_$	8. $(\_\_\_ - \_\_\_)^2 = \_\_\_\_ - 42m^6n^4 + 49 n^8$

Como te has dado cuenta en un cuadrado de binomio tenemos como respuesta tres términos a este resultado se le llama "TRINOMIO CUADRADO PERFECTO"

En los ejercicios siguientes te daremos el trinomio cuadrado perfecto y tu encontraras el cuadrado de binomio óseo el proceso inverso nosotros te damos la respuestas y tu encontraras el binomio al cuadrado. A esto se le llama factorización.

EJEMPLO:

1) $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$ 2) $9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$

¿DE DONDE CREES TU QUE SALE EL SIGNO QUE SEPARA LOS TERMINOS DEL BINOMIO? Piensa y da tu respuesta.

¿CÓMO OBTIENES EL PRIMER Y SEGUNDO TERMINO DE BINOMIO?

<u>EJERCICIOS</u> : Factoriza los siguientes trinomios cuadrados perfecto:

1. $x^2 + 12x + 36 =$	2. $x^2 + 14x + 49 =$
3. $4m^2 - 12m + 9 =$	4. $25m^2 + 10m + 1 =$
5. $64x^2 + 144xy + 81y^2 =$	6. $81 - 36ab + 4a^2b^2 =$
7. $m^2 - 2mn + n^2 =$	8. $100 - 20x + x^2 =$
9. $25x^2 + 36 - 60x =$	10. $49x^2 + m^2 + 14\,mx =$
11. $36m^4 + 84m^2n^3 + 49n^6 =$	12. $16x^8 + 25y^6 - 40x^4y^3 =$

Resumiendo podemos decir que para factorizar un trinomio cuadrado perfecto: Se extrae la raíz cuadrada al primer y tercer término del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término del trinomio. El binomio así formado, se multiplica por si mismo o se eleva al cuadrado.

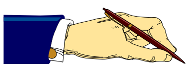
b) Productos de binomios con un término común :

$$(x + m)(x + n)$$

Para encontrar la fórmula lo multiplicaremos como un producto de binomios:

EJEMPLO :

1. $(x + 7)(x + 3) = x^2 + 3x + 7x + 21 = x^2 + 10x + 21$
2. $(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$
3. $(x + 4)(x + 12) = x^2 + 12x + 4x + 48 = x^2 + 16x + 48$


Contesta las siguientes preguntas :

1. ¿Cómo obtienes el primer término del resultado? ________________
2. ¿Qué hacemos para obtener el segundo término del resultado? ______________________________
3. ¿De que manera obtenemos el tercer término del resultado? ________________________

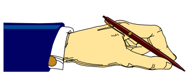
Ahora aplica lo mismo para los siguientes ejercicios y saca tus conclusiones:

1. $(x - 3)(x - 6) =$
2. $(x - 7)(x - 9) =$
3. $(x - 12)(x - 8) =$

A continuación analizaremos que sucede cuando los productos tienen distintos signos:

EJEMPLO :

1. $(x + 5)(x - 2) = x^2 - 2x + 5x - 10 = x^2 + 3x - 10$
2. $(x - 8)(x + 7) = x^2 + 7x - 8x - 56 = x^2 - x - 56$
3. $(x - 10)(x + 3) = x^2 + 3x - 10x - 30 = x^2 - 7x - 30$


Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Como obtienes el primer término? __________________________
2. El segundo término del trinomio se obtiene :____________________
3. El tercer término lo obtuviste:_______________________________

En General se puede decir que:

$(x + m)(x + n) =$

Por lo tanto podemos decir que para multiplicar productos de binomios con un término común debemos:

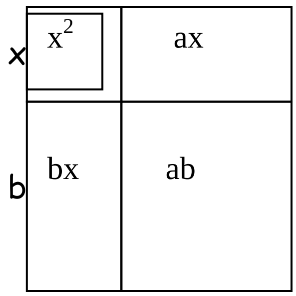
1. Se eleva al cuadrado el término común
2. Se suman (o restan) los términos no comunes multiplicado por el término común
3. Se multiplican los términos no comunes.

EJERCICIOS :Resuelve aplicando fórmula:

1. $(x+2)(x+5) =$	2. $(x+12)(x+7) =$
3. $(x-15)(x-7) =$	4. $(x-3)(x-20) =$
5. $(x-4)(x+5) =$	6. $(x+2)(x-9) =$
7. $(x+1{,}2)(x+3) =$	8. $(x-5{,}3)(x-1{,}5) =$
9. $(7-x)(9-x) =$	10. $(x-0{,}9)(x+4{,}2) =$
11. $\left(x-\frac{3}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$	12. $\left(x+\frac{3}{4}\right)\left(x+\frac{5}{6}\right) =$
13. $(x-7y)(x-3y) =$	14. $(x+8y^2)(x-3y^2) =$
15. $(x^2+6)(x^2+4) =$	16. $(x^7-4)(x^7+10) =$
17. $(x^3+8y^5)(x^3-9y^5)=$	18. $(x^c+3y^u)(x^c+7y^u) =$

Analicemos una interpretación geométrica de este producto, consideremos que (x+a) es el largo de un rectángulo y que (a+b) es su ancho :

X a



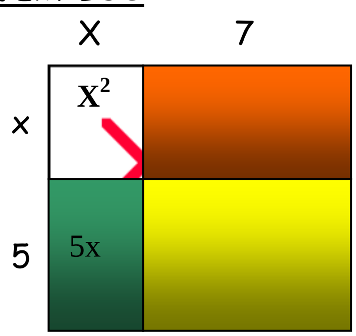
El área del rectángulo de lados (x+a) y (x+b) corresponde a la Suma de las áreas que se forman:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + ab + ab$$

$$= x^2 + (a+b)x + ab$$

EJEMPLOS :

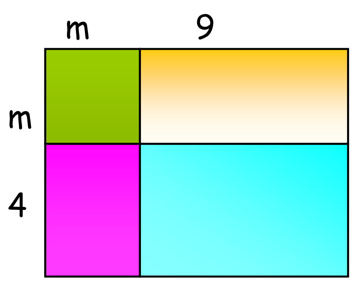
1.



$$(x+7)(x+5) = x^2 +7x + 5x +35$$

$$= x^2 +12x +35$$

2.



$$(m+9)(m+4) = m^2 +9m +4m +36$$

$$= m^2 + 13m +36$$

EJERCICIOS : Encuentra el producto de las siguientes multiplicaciones, geométricamente (con ayuda de un rectángulo y pinta cada área con un color diferente):

1. $(x+2)(x+3) =$	2. $(m+6)(m+4) =$

3. $(x+7)(x+6) =$	4. $(a+9)(a+24) =$
5. $(y+1)(y+5) =$	6. $(n+2)(n+8) =$

El resultado de un producto de binomio con un término común es un trinomio y se llama "TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$ "

EJERCICIOS : Completa los espacios que faltan en los siguientes ejercicios:

1. (x+5)(__+2) = ____ + 7x + _____	2. (x+ __)(x + __) = ____ + 8x + 15
3. (__+__)(__+__) = $x^2 + 11x + 24$	4. (x - __)(x + 9) = ____ - 2x – 99
5. (x- 7)(x -) = ____ - 12x + ____	6. (__-__)(__-__) = $m^2 - 11m + 30$
7. (x+__)(__+__) = $x^2 + 15x + 54$	8. (__+__)(__-__) = $x^2 + x - 72$
9. (__-__)(__+__) = $x^2 - 10x - 75$	10. (__+__)(__+__) = $x^2 + 17x + 60$

En los ejercicios siguientes te daremos un trinomio de la forma $x^2+bx + c$ y tu encontrarás el producto de binomios con un término común, ósea factorizaras el trinomio:

EJEMPOS :

1) $x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$
$a+b=7 \quad a \bullet b=10$

2) $x^2 + x - 6 = (x+ 3)(x -2)$
$a-b=1 \quad a \bullet b=6$

3) $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$
$a-b=4 \quad a \bullet b= 21$

4) $x^2 - 5x + 6 = (x- 3)(x - 2)$
$a+b=5 \quad a \bullet b=6$

Con los ejemplos anteriores podrías decir como sé Factoriza un trinomio de la forma x^2+bx+c (cuales son los pasos a seguir)

EJERCICIOS : Factoriza los siguientes trinomios de la forma $x^2 + bx +c$:

1) $x^2+4x-12 =$	2) $x^2 -11x +28 =$
3) $x^2 +4x +3 =$	4) $y^2 + y - 30 =$
5) $m^2-m - 6 =$	6) $x^2 +11x +28 =$
7) $x^2 +17x +70 =$	8) $x^2 +12x -160 =$
9) $x^2 + 9x -90 =$	10) $x^2 -29x +120 =$
11) $x^2y^2 +19xy +78 =$	12) $y^2+ 8y - 9 =$
13) $x^6 -2x^3- 99 =$	14) $m^8 +18m^4 + 80 =$

Resumiendo podemos decir que para factorizar un trinomio de la forma $x^2+bx +c$: Se extrae la raíz cuadrada del primer término y esta se ubica en cada uno de los factores a continuación se buscan dos números que sumados (o restados, dependiendo de los signos que están dentro del paréntesis) nos de el segundo coeficiente del trinomio y por ultimo estos mismos números multiplicados nos tiene que dar el tercer término del trinomio

¿Qué harías tú si el producto de binomios con un término común, el término que se repite tiene un coeficiente numérico distinto a 1? Ejemplo (5x+2)(5x-9).Escribe tu conclusión:

EJERCICIO S : Aplica la fórmula para resolver los ejercicios siguientes:

1. (2x-6)(2x+7) =	2. (7x-1)(7x+5) =
3. (8x-3)(8x-5) =	4. (6x+7)(6x-11) =
5. (9x-4)(9x+13)=	6. (3x-4)(3x+8) =
7. (5x-12)(5x-1) =	8. (3x- 1,2)(3x – 7) =
9. $(2x-\frac{1}{3})(2x+\frac{5}{4}) =$	10. $(4x+\frac{1}{3})(4x+\frac{3}{4}) =$

a) Suma por su diferencia:

$(x + a)(x - a)$

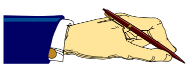
Para encontrar la fórmula lo multiplicaremos como un producto de binomios:

EJEMPLO :

1. $(x + m)(x - m) = x^2 - mx + mx - m^2 = x^2 - m^2$

2. $(x - a)(x + a) = x^2 + ax - ax - a^2 = x^2 - a^2$

3. $(x + y)(x - y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$



Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuántos términos dio el resultado final?______________
2. ¿Cómo son los términos que obtuvimos en el resultado? ______________________________
3. ¿Qué signo los separa a estos términos? ________________

En general podríamos decir que:

$(m + n)(m - n) =$

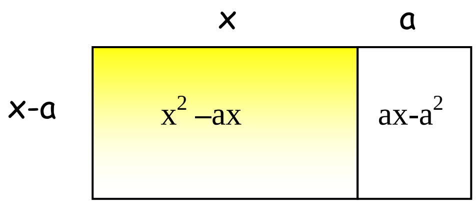
Por lo tanto podemos decir que la suma por su diferencia es igual al Cuadrado de los términos que tienen el mismo signo, menos el cuadrado de los términos que tienen distinto signo

EJERCICIOS : Resuelve las siguientes suma por su diferencia aplicando fórmula:

1. $(x + 4)(x - 4) =$	2. $(x - 15)(x + 15) =$
3. $(9 + a)(9 - a) =$	4. $(a + 7)(7 - a) =$
5. $(a - 20)(a + 20) =$	6. $(-12 - m)(m - 12) =$
7. $(mn + 5)(5 - mn) =$	8. $(x^2y^3 - 8)(8 + x^2y^3) =$

9. $(x - \frac{1}{11})(x + \frac{1}{11}) =$	10. $(m^2 + \frac{5}{9})(m^2 - \frac{5}{9}) =$
11. $(5x - 6)(6 + 5x) =$	12. $(2xy + 15z^2)(15z^2 - 2xy) =$

Analizaremos geométricamente la suma por su diferencia, consideremos que (x+a) es un lado del rectángulo y (x-a) el otro lado.

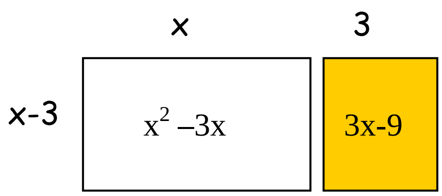


$$(x + a)(x - a) = x^2 - ax + ax - a^2$$

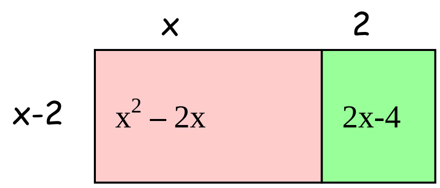
$$= x^2 - a^2$$

EJEMPLOS :

1. $(x + 3)(x - 3) = ¿?$



2. $(x - 2)(x + 2) = ¿?$



Sumando sus áreas tenemos:

$$(x + 3)(x - 3) = x^2 - 3x + 3x - 9$$

$$= x^2 - 9$$

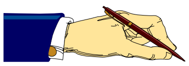
$$(x - 2)(x + 2) = x^2 - 2x + 2x - 4$$

$$= x^2 - 4$$

EJERCICIOS : Encuentra el producto de las siguientes multiplicaciones, geométricamente (con ayuda de un rectángulo y pinta cada área de un color diferente)

1. $(x - 7)(x + 7) =$	2. $(x - 4)(x + 4) =$
3. $(x - 9)(x + 9) =$	4. $(m + 10)(m - 10) =$

5. $(3x + 7)(3x - 7) =$	6. $(5m - 2)(5m + 2) =$



¿Podrías Nombrar algunas características de este producto notable que lo diferencien de los otros dos productos anteriormente visto?

1) ____

2) ____

3) ____

4) ____

<u>EJERCICIOS</u> : Completa los siguientes espacios que faltan para que sea una suma por su diferencia:

1. 25 - ____ = (__ + 7y)(__ - 7y)	2. ____ - 49m = (2n +____)(2n - ____)
3. $36x^2 - 121$ = (__ -__)(__+__)	4. 64 - ____ = (__ + 3y)(__ - 3y)
5. ____ - a^2b^4 = (m + __)(m - __)	6. $81a^2 - 25b^6$ = (__-__)(__+__)
7. $100 - 169x^8$ = (__-__)(__+__)	8. $25x^2$- ____ = (__+ 8y)(__- __)
9. $\frac{4}{9}x^2 - 16$ = (__+__)(__-__)	10. $\frac{9}{16}x^2 - \frac{81}{25}y^6$ = (__+__)(__-__)

Como te has dado cuenta en una suma por su diferencia tenemos como resultado dos términos a este se le llama "DIFERENCIA DE CUADRADOS"

En los ejercicios siguientes te daremos la diferencia de cuadrados y tú encontraras los factores (la suma por su diferencia) ósea nuevamente factorizaremos este nuevo caso.

EJEMPLOS :

1) $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$ 2) $x^2 - 25y^2 = (x - 5y)(x + 5y)$

¿Cómo obtienes el primer término de cada binomio?

¿Cómo obtienes el segundo término de cada binomio?

¿Cómo obtienes los signos que separan los términos de cada binomio?

EJERCICIOS : Factoriza las siguientes diferencias de cuadrados.

1. $x^2 - 16$ =	2. $m^6 - 36$ =
3. $49 - n^4$ =	4. $144x^2 - 25$ =
5. $81m^2n^2 - 1$ =	6. $9m^2 - 100n^2$ =
7. $64x^2 - 121y^2$ =	8. $m^2n^6 - x^8y^{10}$ =
9. $4 - x^2y^6z^2$ =	10. $9x^2 - 4y^2$ =
11. $\frac{1}{4} - x^8$ =	12. $36x^2 - \frac{25}{49}$ =
13. $x^2 - 0{,}25$ =	14. $1{,}44x^2 - 0{,}49$ =

Resumiendo podemos decir que para factorizar una diferencia de cuadrado debemos descomponerlo en dos factores, el primer término de cada factor es la raíz cuadrada del minuendo, y el segundo término de cada factor es la raíz cuadrada del sustraendo, separando estas raíces con los signos + y – en cada uno de los factores

d) <u>Cubo de un Binomio</u> :

$$\boxed{(a \pm b)^3}$$

Para encontrar la fórmula resolveremos el cubo del binomio como un producto de factores iguales.

<u>EJEMPLO</u> :

1. $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^2(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b)$

   $= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = \boxed{a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3}$

2. $(m+n)^3 = (m+n)(m+n)(m+n) = (m+n)^2(m+n) = (m^2+2mn+n^2)(m+n)$

   $= m^3 + 2m^2n + mn^2 + m^2n + 2mn^2 + n^3 = \boxed{m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3}$

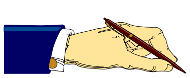
¿Qué sucede cuando tenemos signo menos?

1. $(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

   $= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = \boxed{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$

2. $(m-n)^3 = (m-n)(m-n)(m-n) = (m-n)^2(m-n) = (m^2 - 2mn + n^2)(m-n)$

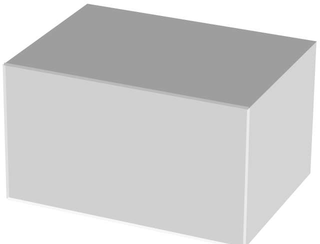
   $= m^3 - 2m^2n + mn^2 - m^2n + 2mn^2 - n^3 = \boxed{m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3}$



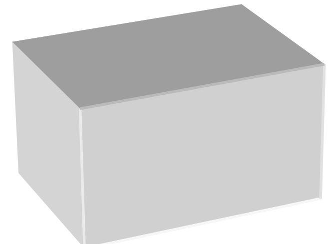
Después de los ejemplos anteriores analiza cada uno de ellos, fijándote en los términos que dan como resultado, para contestar las siguientes preguntas:

1. ¿Cómo se obtiene el primer y cuarto término del resultado?________________________
2. Para escribir el signo del cuarto término ¿En que me debo fijar?____________________
3. En los cuatro ejemplos anteriores ¿Cómo son los signos del primer y tercer término del resultado? ____________________________
4. ¿Cómo obtienes el segundo término del resultado?_________________________________
5. ¿Cómo obtienes el tercer término del resultado?__________________________________

Después de haber contestados las preguntas anteriores podrías deducir la fórmula para calcular el Cubo de un Binomio



$(m \pm n)^3 =$



<u>EJERCICIOS</u> :Aplique la fórmula para resolver el cubo de binomio:

1. $(x+2)^3 =$	2. $(x-1)^3 =$
3. $(x-5)^3 =$	4. $(x+3)^3 =$
5. $(2x-1)^3 =$	6. $(5x+2)^3 =$
7. $(x-2y)^3 =$	8. $(2x-3y^2)^{3 =}$
9. $(4x+5)^3 =$	10. $(x-10)^3 =$

<u>EJERCICIOS</u> :Completa los siguientes espacios que faltan en el cubo de binomio

1. $(x-\_\_)^3 = \_\_\_\_ - \_\_\_\_ + \_\_\_\_ -27$	2. $(5x + \_\_\_\_)^3 = \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + \_\_\_\_ + 64y^3$
3. $(\_\_\_\_-\_\_\_\_)^3 = x^3 -3x^2y + 3xy^2 - y^3$	4. $(\_\_\_\_-\_\_\_\_)^3 = 125-75x+15x^2-x^3$
5. $(2x + \_\_\_\_)^3 = \_\_\_\_+\_\_\_\_+\_\_\_\_+27y^3$	6. $(4x- \_\_\_\_)^3 = \_\_\_\_-\_\_\_\_+\_\_\_\_-125$
7. $(\_\_\_\_+\_\_\_\_)^3 = 8m^3 + 12m^2 +\_\_\_\_+\_\_\_\_$	8. $(\_\_\_\_-\_\_\_\_)^3 = 8m^3n^3 -\_\_\_\_ +\_\_\_\_-1$

Si te das cuenta el cubo de un binomio tiene como resultado cuatro términos, ahora haremos lo inverso yo te daré los cuatro términos y buscaras el cubo del binomio, ósea factorizaremos, para esto debemos tener presente que el polinomio debe estar ordenado

EJEMPLO :

1) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 = (x + y)^3$

2) $8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = (2x - 1)^3$

Contesta las siguientes preguntas:

¿En que te fijas para sacar el primer y segundo término del binomio?

¿Qué signo va entre estos dos términos? ¿En que me fijo para ponerlo?

EJERCICIOS :Factoriza las siguientes expresiones

1. $27-27x+9x^2-x^3 =$	2. $27x^3+54x^2+36x+8 =$
3. $1 + 6x + 12x^2+8x^3 =$	4. $1 - 3x + 3x^2 - x^3 =$
5. $1+ 12x^2y^2 - 6xy - 8x^3y^3 =$	6. $8 + 12x^2+6x^4 + x^6 =$
7. $125 +150b+60b^2+8b^3 =$	8. $3x^{12}+1 + 3x^6 +x^{18} =$
9. $27- 27x + 9x^2- x^3 =$	10. $m^3- 3m^2+ 3m - 1 =$

Resumiendo podemos decir que para factorizar una expresión que es el cubo de binomio debemos tener presente:

1) El polinomio debe estar ordenado
2) Se extrae la raíz cubica del primero y cuarto término
3) Estas raíces estarán separadas con el mismo signo que tiene el segundo término del polinomio.
4) Este binomio formado se eleva al cubo
5) Se recomienda comprobar ósea resolver el cubo del binomio

RESUMEN

PRODUCTOS NOTABLES :

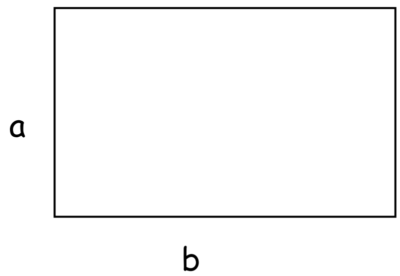
1. Cuadrado de binomio	$(a \pm b)^2$	$a^2 \pm 2ab + b^2$
2. Producto de binomios con un término común	$(x + a)(x + b)$	$X^2 + (a+b)x + ab$
3. Suma por su diferencia	$(x + a)(x - a)$	$X^2 - a^2$
4. Cubo de Binomio	$(a \pm b)^3$	$a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

FACTORIZACION

1. Trinomio cuadrado perfecto	$X^2 \pm 2xy + y^2$	$(x \pm y)^2$
2. Trinomio de la forma x^2+bx+c	$X^2 \pm bx \pm c$	$(x + m)(x + n)$ b=m+n c= mn
3. Diferencia de cuadrados	$X^2 - y^2$	$(x - y)(x + y)$
4. Una expresión que es el cubo del binomio	$X^3 \pm 3x^2y + 3xy^2 - y^3$	$(x \pm y)^3$

EJERCICIOS :

Calcula el perímetro de los rectángulos que se puedan formar si cada uno de ellos debe tener un área de $16cm^2$.Completa la tabla.



Perímetro = $P = 2a + 2b$

Area = $A = a \bullet b$