

En particular, puesto que se sabe que $\lim_{x \rightarrow \infty} (1/x^k) = 0$ cuando k es un entero positivo, se tiene

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^k} = 0 \quad \text{si } k \text{ es un entero positivo}$$

Observa que las leyes de los límites dadas en la sección 12.2 se cumplen también para límites de sucesiones.

Ejemplo 5 Hallar el límite de una sucesión

Encuentre $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1}$.

Solución El método es similar al que se empleó en el ejemplo 2: divida numerador y denominador entre la potencia más alta de n y después use las leyes de los límites.

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n}} && \text{Divida numerador y denominador entre } n \\ &= \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} 1}{\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}} && \text{Límites de un cociente y una suma} \\ &= \frac{1}{1+0} = 1 && \text{Permita que } n \rightarrow \infty \end{aligned}$$

Este resultado muestra que la inferencia realizada antes a partir de las figuras 9 y 10 fue correcta.

Por lo tanto, la sucesión $a_n = n/(n+1)$ es convergente. ■

Ejemplo 6 Una sucesión que diverge

Determine si la sucesión $a_n = (-1)^n$ es convergente o divergente.

Solución Si se escriben los términos de la sucesión, se obtiene

$$-1, 1, -1, 1, -1, 1, -1, \dots$$

La gráfica de esta sucesión se muestra en la figura 12. Puesto que los términos oscilan entre 1 y -1 de manera infinita, a_n no se aproxima a ningún número. Así, $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$ no existe; es decir, la sucesión $a_n = (-1)^n$ es divergente. ■

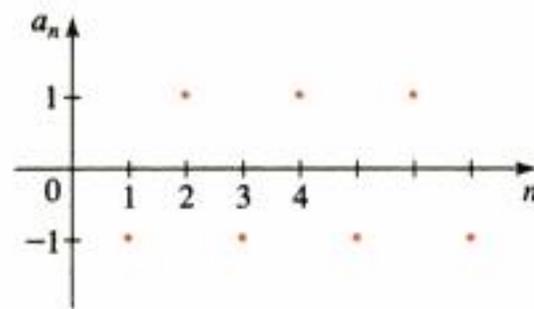


Figura 12

Ejemplo 7 Hallar el límite de una sucesión

Encuentre el límite de la sucesión dada por

$$a_n = \frac{15}{n^3} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right]$$

Solución Antes de calcular el límite, se simplificará primero la expresión para a_n . Debido a que $n^3 = n \cdot n \cdot n$, se coloca un factor de n debajo de cada factor en el numerador que contiene una n :

$$a_n = \frac{15}{6} \cdot \frac{n}{n} \cdot \frac{n+1}{n} \cdot \frac{2n+1}{n} = \frac{5}{2} \cdot 1 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right)$$

Ahora se puede calcular el límite:

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} a_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5}{2} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right) && \text{Definición de } a_n \\ &= \frac{5}{2} \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{n}\right) && \text{Límite de un producto} \\ &= \frac{5}{2} (1)(2) = 5 && \text{Sea que } n \rightarrow \infty \end{aligned}$$

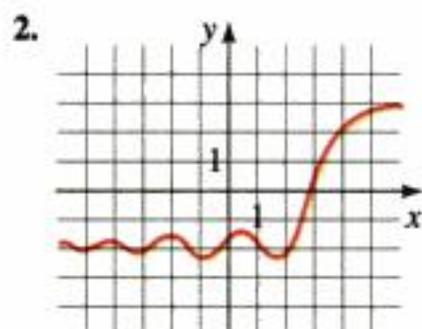
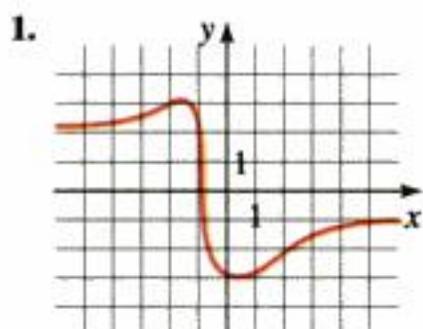
12.4 Ejercicios

1–2 ■ a) Use la gráfica de f para hallar los siguientes límites.

i) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

ii) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b) Exprese las ecuaciones de las asíntotas horizontales.



3–14 ■ Encuentre el límite.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{x}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 1}{5x - 1}$

7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2 + 1}{2 + 3x^2}$

9. $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{8t^3 + t}{(2t - 1)(2t^2 + 1)}$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{1 - x^2 + x^3}$

13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x - 1}{x + 1} + 6 \right)$

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x^4}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - 3x}{4x + 5}$

8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2}{x^3 + x + 1}$

10. $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{4r^3 - r^2}{(r + 1)^3}$

12. $\lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{t} - \frac{2t}{t - 1} \right)$

14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \cos x$

15–18 ■ Use una tabla de valores para estimar el límite. Después use un dispositivo de graficación para confirmar su resultado de manera gráfica.

15. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 4x}}{4x + 1}$

16. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 + x} - 3x)$

17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{e^x}$

18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^{3x}$

19–30 ■ Si la secuencia es convergente, encuentre su límite. Si es divergente, explique por qué.

19. $a_n = \frac{1 + n}{n + n^2}$

20. $a_n = \frac{5n}{n + 5}$

21. $a_n = \frac{n^2}{n + 1}$

22. $a_n = \frac{n - 1}{n^3 + 1}$

23. $a_n = \frac{1}{3^n}$

24. $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

25. $a_n = \sin(n\pi/2)$

26. $a_n = \cos n\pi$

27. $a_n = \frac{3}{n^2} \left[\frac{n(n + 1)}{2} \right]$

28. $a_n = \frac{5}{n} \left(n + \frac{4}{n} \left[\frac{n(n + 1)}{2} \right] \right)$

29. $a_n = \frac{24}{n^3} \left[\frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6} \right]$

30. $a_n = \frac{12}{n^4} \left[\frac{n(n + 1)}{2} \right]^2$

Aplicaciones

31. Concentración de sal

a) Un recipiente contiene 5000 L de agua pura. Una salmuera que contiene 30 g de sal por litro de agua es bombeada al recipiente a razón de 25 L/min. Muestre que la concentración de sal después de t minutos (en gramos por litro) es

$$C(t) = \frac{30t}{200 + t}$$

b) ¿Qué sucede con la concentración cuando $t \rightarrow \infty$?

el ancho. El área de un triángulo es la mitad de la base por la altura. El área de un polígono se encuentra dividiéndolo en triángulos (como en la figura 2) y sumando las áreas de los triángulos.

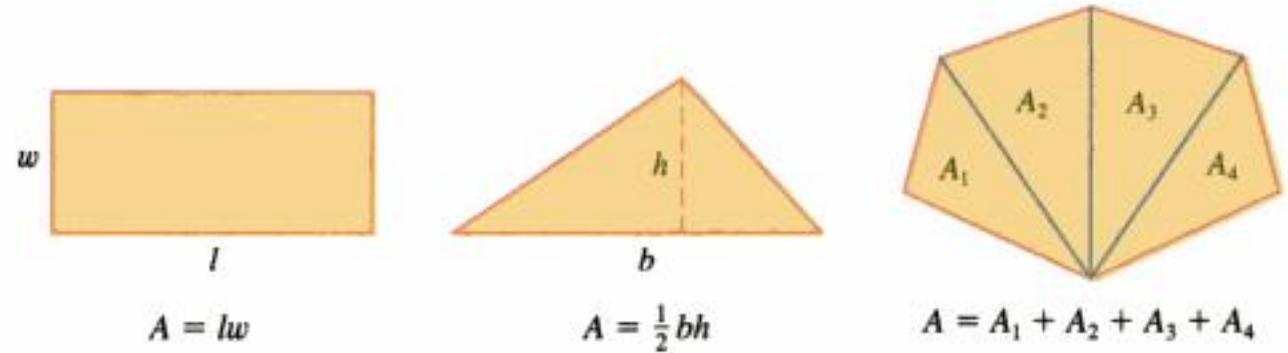


Figura 2

Sin embargo, no es fácil hallar el área de una región con lados curvos. Todos tenemos una idea intuitiva de lo que es el área de una región. Pero parte del problema del área es hacer esta idea intuitiva precisa al dar una definición exacta de área.

Recuerde que para definir una tangente primero se aproximó la pendiente de la tangente mediante pendientes de secantes y luego se tomó el límite de estas aproximaciones. Se sigue una idea similar para las áreas. Primero se aproxima la región S mediante rectángulos, y luego se toma el límite de las áreas de estos rectángulos cuando se incrementa el número de rectángulos. En el siguiente ejemplo se ilustra el procedimiento.

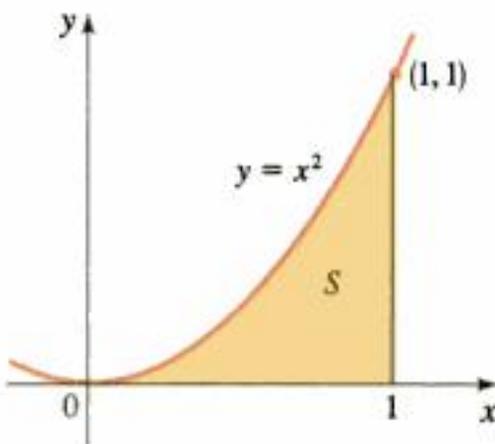


Figura 3

Ejemplo 1 Estimar un área por medio de rectángulos

Use rectángulos para estimar el área bajo la parábola $y = x^2$ de 0 a 1 (la región parabólica S ilustrada en la figura 3).

Solución Se observa primero que el área de S debe estar en alguna parte entre 0 y 1 porque S está contenida en un cuadrado con longitud lateral 1, pero por supuesto se puede hacer algo mejor que eso. Suponga que S se divide en cuatro tiras S_1, S_2, S_3 y S_4 dibujando líneas verticales $x = \frac{1}{4}, x = \frac{1}{2}$ y $x = \frac{3}{4}$ como en la figura 4a). Se puede aproximar cada tira mediante un rectángulo con la misma base que la tira y cuya altura es la misma que el lado derecho de la tira (véase la figura 4b)). En otras palabras, las alturas de estos rectángulos son los valores de la función $f(x) = x^2$ en los puntos finales derechos de los subintervalos $[0, \frac{1}{4}], [\frac{1}{4}, \frac{1}{2}], [\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$ y $[\frac{3}{4}, 1]$.

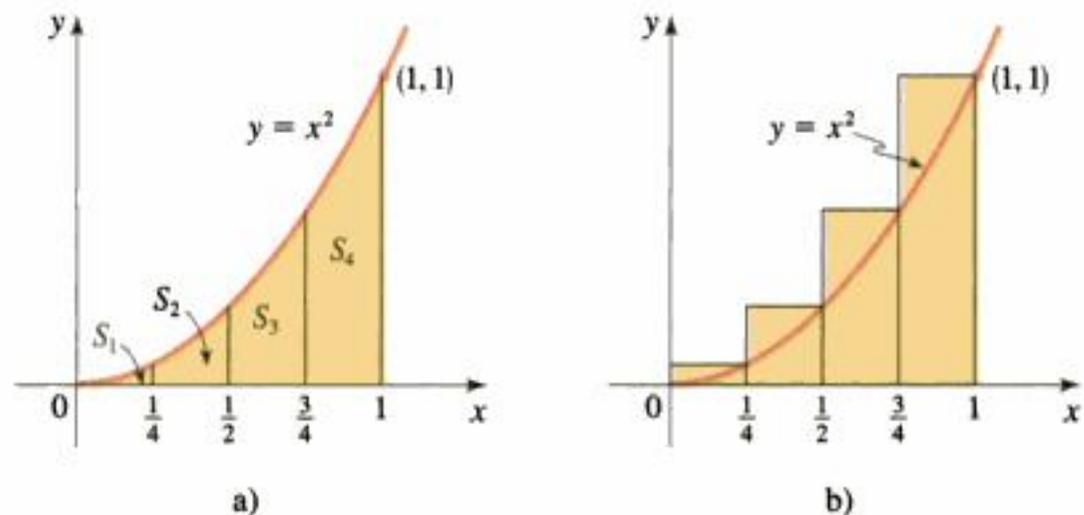


Figura 4

De las figuras 8 y 9 es evidente que, cuando n aumenta, R_n y L_n se vuelven cada vez mejores aproximaciones al área de S . Por lo tanto, se *define* el área A como el límite de las sumas de las áreas de los rectángulos de aproximación, es decir,

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} R_n = \lim_{n \rightarrow \infty} L_n = \frac{1}{3}$$

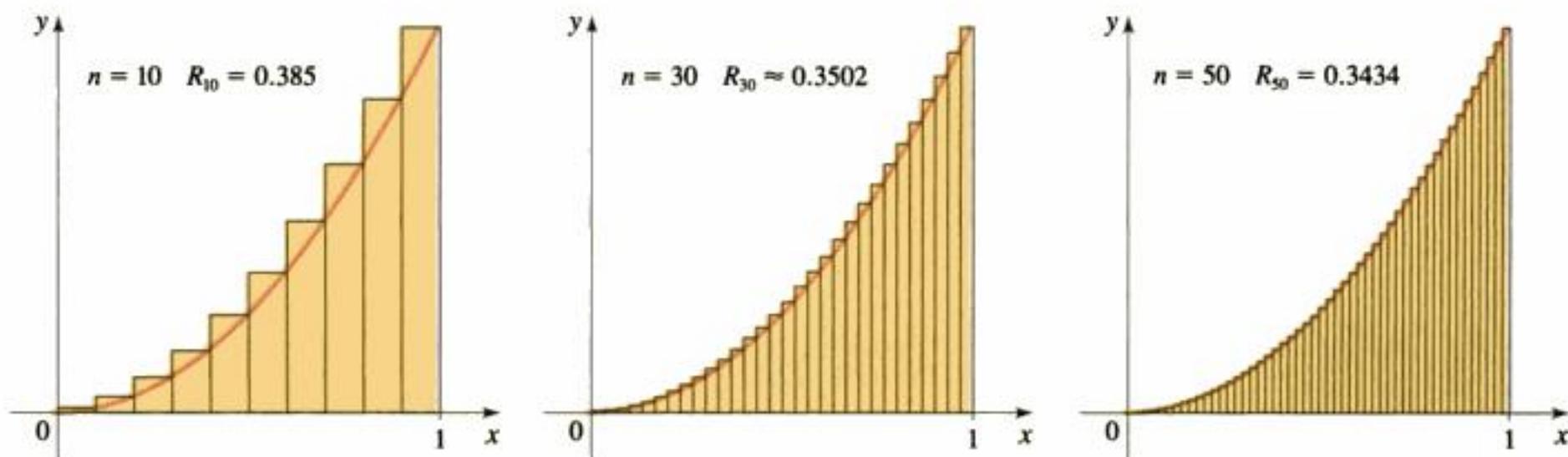


Figura 8

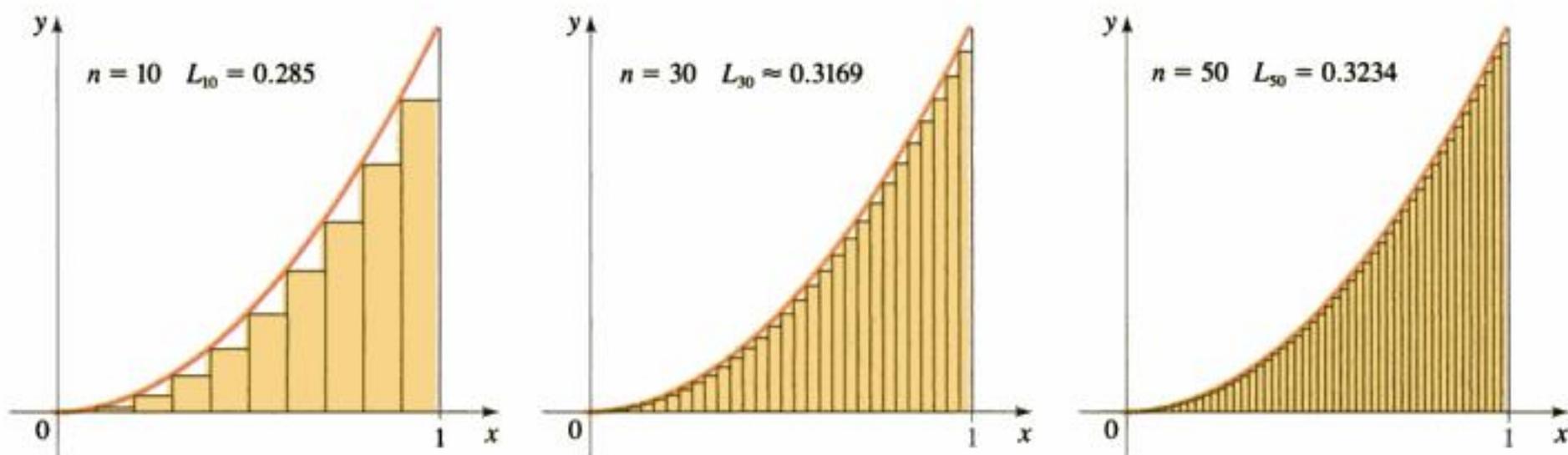


Figura 9

Definición de área

Se aplicará la idea de los ejemplos 1 y 2 a la región más general S de la figura 1. Se inicia subdividiendo S en n tiras S_1, S_2, \dots, S_n de igual ancho como en la figura 10.

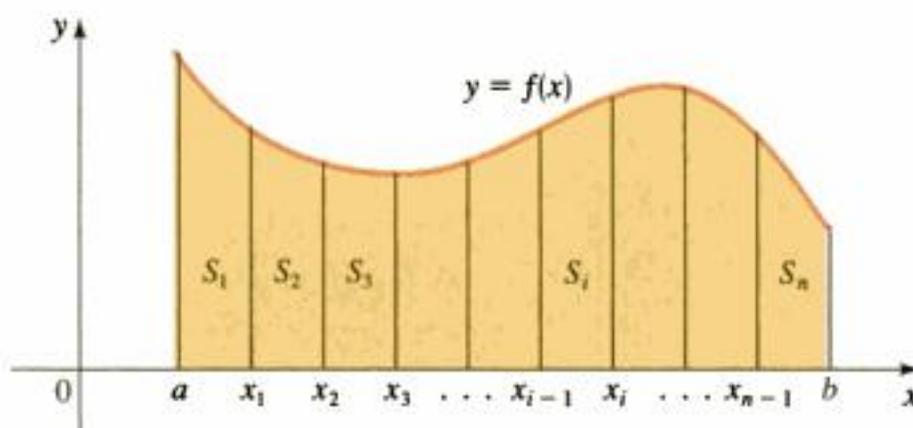


Figura 10

El ancho del intervalo $[a, b]$ es $b - a$, así que el ancho de cada de las n tiras es

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

Estas tiras dividen el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos

$$[x_0, x_1], [x_1, x_2], [x_2, x_3], \dots, [x_{n-1}, x_n]$$

donde $x_0 = a$ y $x_n = b$. Los puntos derechos de los subintervalos son

$$x_1 = a + \Delta x, \quad x_2 = a + 2 \Delta x, \quad x_3 = a + 3 \Delta x, \quad \dots, \quad x_k = a + k \Delta x, \quad \dots$$

Se aproximará la k -ésima tira S_k mediante un rectángulo con ancho Δx y altura $f(x_k)$, que es el valor de f en el punto final derecho (véase la figura 11). Entonces el área del k -ésimo rectángulo es $f(x_k)\Delta x$. Lo que se considera en forma intuitiva como el área de S se aproxima mediante la suma de las áreas de estos rectángulos, la cual es

$$R_n = f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_n)\Delta x$$

En la figura 12 se muestra esta aproximación para $n = 2, 4, 8$ y 12 .

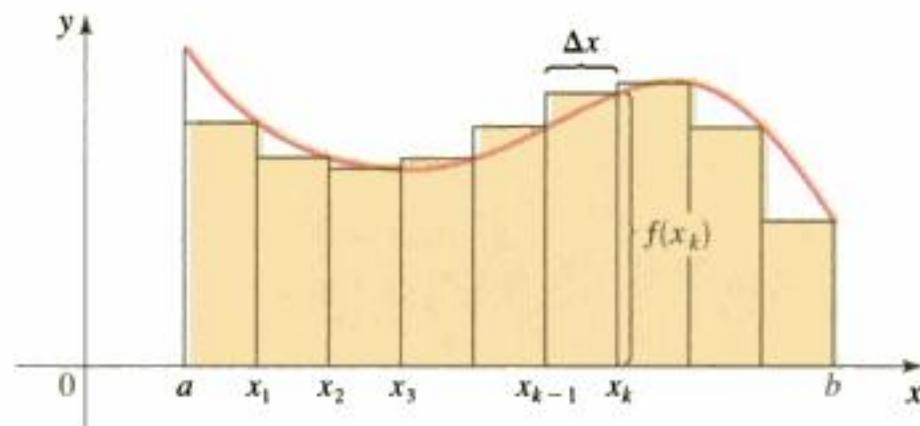


Figura 11

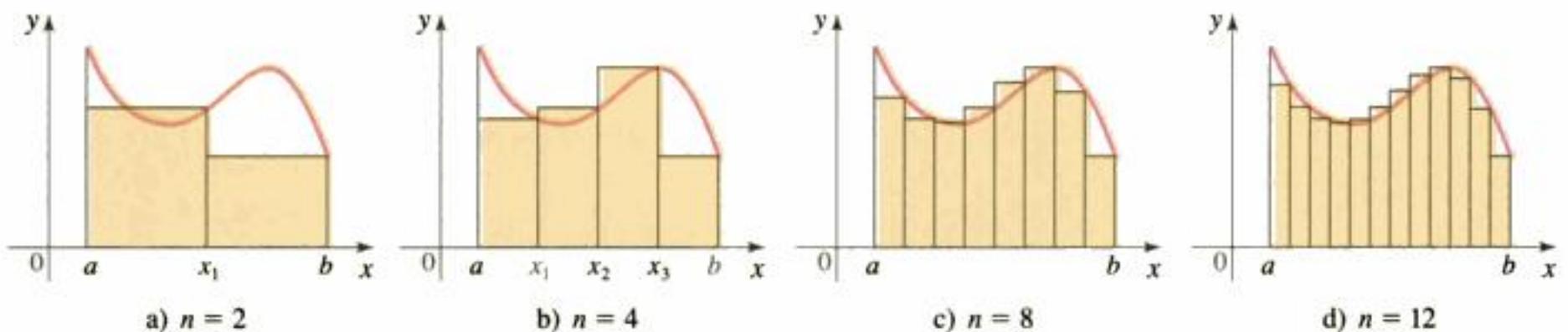


Figura 12

Observe que esta aproximación parece ser mejor cada vez conforme aumenta el número de tiras, es decir, cuando $n \rightarrow \infty$. Por lo tanto, se define el área A de la región S de la siguiente manera.

Ahora se sustituyen estos valores en la definición de área:

$$\begin{aligned}
 A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x && \text{Definición de área} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{25k^2}{n^2} \cdot \frac{5}{n} && f(x_k) = \frac{25k^2}{n^2}, \Delta x = \frac{5}{n} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{125k^2}{n^3} && \text{Simplifique} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{125}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 && \text{Factorice } \frac{125}{n^3} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{125}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} && \text{Fórmula de suma de cuadrados} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{125(2n^2 + 3n + 1)}{6n^2} && \text{Cancele } n \text{ y desarrolle el numerador} \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{125}{6} \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right) && \text{Divida numerador y denominador entre } n^2 \\
 &= \frac{125}{6} (2 + 0 + 0) = \frac{125}{3} && \text{Haga que } n \rightarrow \infty
 \end{aligned}$$

El límite se puede calcular también escribiendo

$$\begin{aligned}
 &\frac{125}{n^3} \cdot \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\
 &= \frac{125}{6} \left(\frac{n}{n} \right) \left(\frac{n+1}{n} \right) \left(\frac{2n+1}{n} \right)
 \end{aligned}$$

como en el ejemplo 2.

Así, el área de la región es $\frac{125}{3} \approx 41.7$. ■

Ejemplo 4 Hallar el área bajo una curva

Calcule el área de la región que yace bajo la parábola $y = 4x - x^2$, $1 \leq x \leq 3$.

Solución Se comienza por hallar las dimensiones de los rectángulos de aproximación en la n -ésima etapa.

Ancho: $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{3-1}{n} = \frac{2}{n}$

Punto final derecho: $x_k = a + k\Delta x = 1 + k\left(\frac{2}{n}\right) = 1 + \frac{2k}{n}$

Altura: $f(x_k) = f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) = 4\left(1 + \frac{2k}{n}\right) - \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^2$

$$\begin{aligned}
 &= 4 + \frac{8k}{n} - 1 - \frac{4k}{n} - \frac{4k^2}{n^2} \\
 &= 3 + \frac{4k}{n} - \frac{4k^2}{n^2}
 \end{aligned}$$

Así, de acuerdo con la definición de área, se obtiene

$$\begin{aligned}
 A &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(3 + \frac{4k}{n} - \frac{4k^2}{n^2} \right) \left(\frac{2}{n} \right) \\
 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sum_{k=1}^n 3 + \frac{4}{n} \sum_{k=1}^n k - \frac{4}{n^2} \sum_{k=1}^n k^2 \right) \left(\frac{2}{n} \right)
 \end{aligned}$$

En la figura 14 se muestra la región cuya área se calcula en el ejemplo 4.

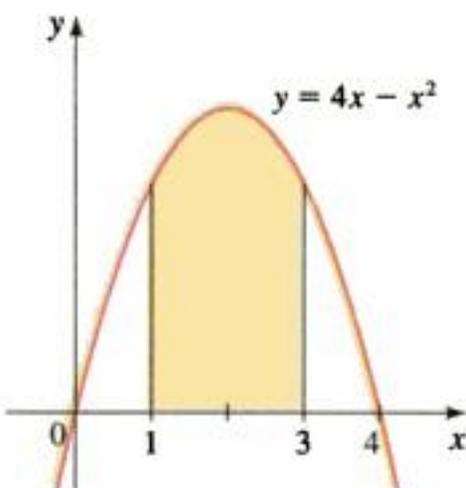


Figura 14

3. Describa varias formas en las que es posible que un límite no exista. Ilustre con bosquejos.
4. Enuncie las siguientes leyes de los límites.
 - a) Ley de la suma
 - b) Ley de la diferencia
 - c) Ley del múltiplo constante
 - d) Ley del producto
 - e) Ley del cociente
 - f) Ley de la potencia
 - g) Ley de la raíz
5. Escriba una expresión para la pendiente de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en el punto $(a, f(a))$.
6. Defina la derivada $f'(a)$. Describa dos formas de interpretar este número.
7. Si $y = f(x)$, escriba expresiones para lo siguiente.
 - a) La tasa de cambio promedio de y con respecto a x entre los números a y x .
 - b) La tasa de cambio instantánea de y con respecto a x en $x = a$.

8. Explique el significado de la ecuación

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2$$

Trace esquemas para ilustrar varias posibilidades.

9. a) ¿Qué significa decir que la recta $y = L$ es una asíntota horizontal de la curva $y = f(x)$? Dibuje curvas para ilustrar las distintas posibilidades.
 - b) ¿Cuál de las siguientes curvas tiene asíntotas horizontales?
 - i) $y = x^2$
 - ii) $y = 1/x$
 - iii) $y = \sin x$
 - iv) $y = \tan^{-1} x$
 - v) $y = e^x$
 - vi) $y = \ln x$
10. a) ¿Qué es una sucesión convergente?
 - b) ¿Qué significa $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 3$?
11. Suponga que S es la región que yace bajo la curva de la gráfica de $y = f(x)$, $a \leq x \leq b$.
 - a) Explique cómo se aproxima está área por medio de rectángulos.
 - b) Escriba una expresión para el área de S como un límite de sumas.

Ejercicios

1-6 ■ Use una tabla de valores para estimar el valor del límite. Después use un dispositivo de graficación para confirmar su resultado en forma gráfica.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

2. $\lim_{t \rightarrow -1} \frac{t + 1}{t^3 - t}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$

5. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln \sqrt{x - 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan x}{|x|}$

7. La gráfica de f se muestra en la figura. Encuentre cada límite o explique por qué no existe.

a) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x)$

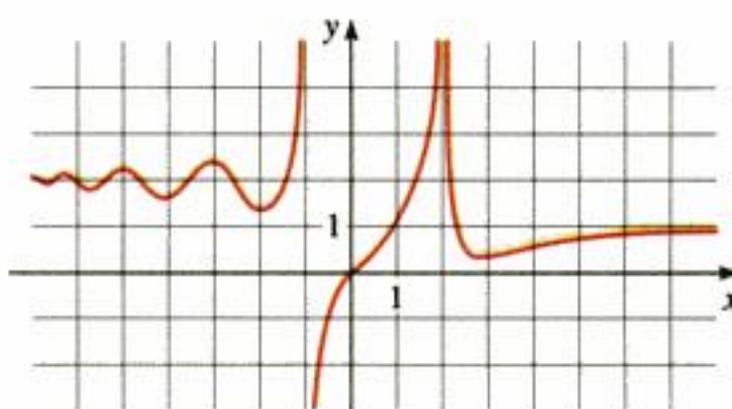
d) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$

e) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

g) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$



8. Sea

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < -1 \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x \leq 2 \\ x + 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Encuentre cada límite o explique por qué no existe.

a) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

Enfoque en el modelado

Interpretaciones de área

El área bajo la gráfica de una función se usa para modelar muchas cantidades en física, economía, ingeniería y otros campos. Ésa es la razón por la que el problema del área es tan importante. Aquí se mostrará cómo se modela el concepto de trabajo (sección 8.5) mediante el área. En los problemas se exploran otras aplicaciones.

Recuerde que el trabajo W hecho al mover un objeto es el producto de la fuerza F aplicada al objeto y la distancia d que se mueve el objeto:

$$W = Fd \quad \text{trabajo} = \text{fuerza} \times \text{distancia}$$



Esta fórmula se emplea si la fuerza es *constante*. Por ejemplo, suponga que empuja una caja en un piso, moviéndose a lo largo del eje positivo x de $x = a$ a $x = b$, y aplica una fuerza constante $F = k$. La gráfica de F como una función de la distancia x se muestra en la figura 1a). Observe que el trabajo hecho es $W = Fd = k(b - a)$, que es el área bajo la gráfica de F (véase la figura 1b)).

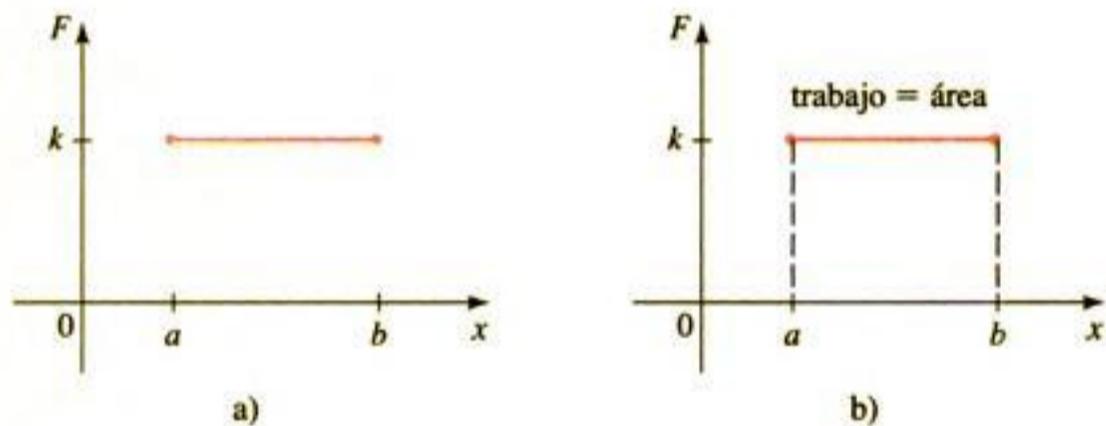


Figura 1
Una fuerza constante F

¿Pero qué pasa si la fuerza no es constante? Por ejemplo, suponga que la fuerza que aplica a la caja varía con la distancia (empuja más fuerte en ciertos lugares que en otros). Para ser más precisos, suponga que empuja la caja a lo largo del eje x en la dirección positiva, de $x = a$ a $x = b$, y en cada punto x entre a y b aplica una fuerza $f(x)$ a la caja. En la figura 2 se muestra una gráfica de la fuerza f como una función de la distancia x .

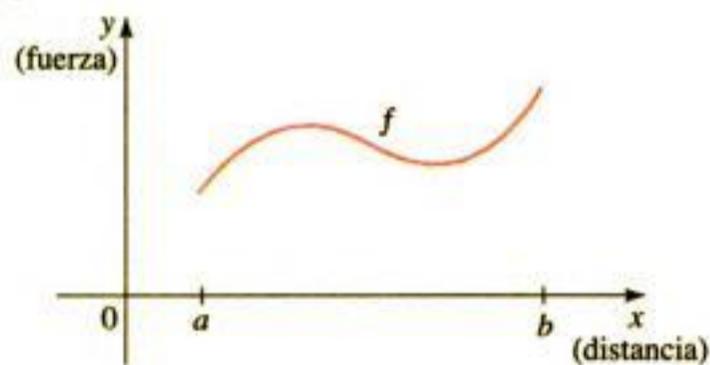


Figura 2
Una fuerza variable

¿Cuánto trabajo se hizo? No se puede aplicar directamente la fórmula para el trabajo porque la fuerza no es constante. Así, se dividirá el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos con puntos finales x_0, x_1, \dots, x_n e igual amplitud Δx como se muestra en la figura 3a) en la página siguiente. La fuerza en el punto final derecho del intervalo $[x_{k-1}, x_k]$ es $f(x_k)$. Si n es grande, entonces Δx es pequeña, de modo que los valores de f no cambian mucho en el intervalo $[x_{k-1}, x_k]$. En otras palabras, f es casi constante

en el intervalo y , por lo tanto, el trabajo W_k que se hace al mover la caja de x_{k-1} a x_k es aproximadamente

$$W_k \approx f(x_k) \Delta x$$

Así, se puede aproximar el trabajo hecho al mover la caja de $x = a$ a $x = b$ por

$$W \approx \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$$

Parece ser que la aproximación es mejor cuando n toma valores grandes (y, por lo tanto, el intervalo $[x_{k-1}, x_k]$ se hace más pequeño). En consecuencia, se define el trabajo hecho al mover un objeto de a a b como el límite de esta cantidad cuando $n \rightarrow \infty$:

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x$$

Observe que ésta es precisamente el área bajo la gráfica de f entre $x = a$ y $x = b$ como se define en la sección 12.5. Véase la figura 3b).

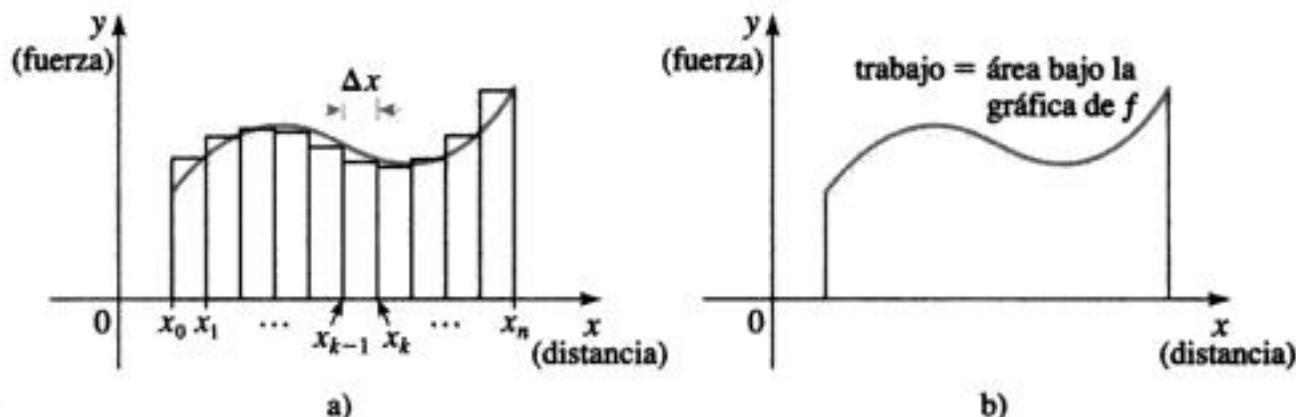


Figura 3
Aproximación del trabajo

Ejemplo Trabajo hecho por una fuerza variable

Una persona empuja una caja a lo largo de una trayectoria recta una distancia de 18 pies. A una distancia x de su punto de partida, aplica una fuerza dada por $f(x) = 340 - x^2$. Encuentre el trabajo que realiza la persona.

Solución La gráfica de f entre $x = 0$ y $x = 18$ se muestra en la figura 4. Observe cómo varía la fuerza que aplica la persona: comienza empujando con una fuerza de 340 lb, pero de manera uniforme aplica menos fuerza. El trabajo hecho es el área

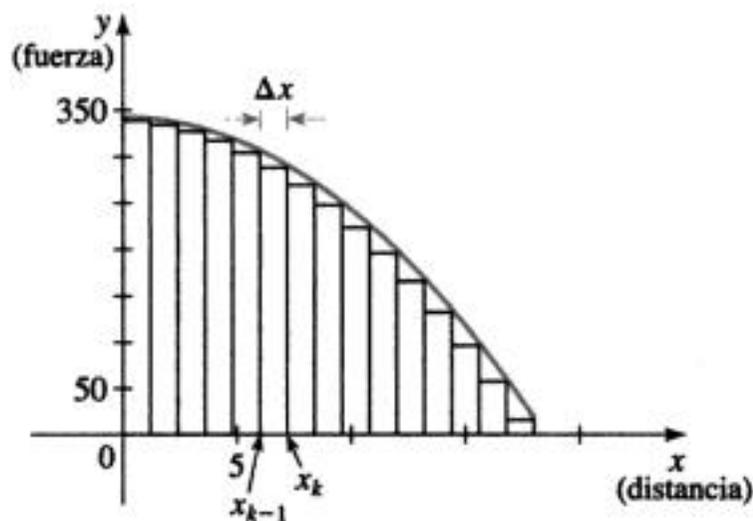


Figura 4

bajo la gráfica de f en el intervalo $[0, 18]$. Para hallar esta área, se empieza por hallar las dimensiones de los rectángulos de aproximación en la n -ésima etapa.

$$\text{Ancho:} \quad \Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{18-0}{n} = \frac{18}{n}$$

$$\text{Punto final derecho:} \quad x_k = a + k \Delta x = 0 + k \left(\frac{18}{n} \right) = \frac{18k}{n}$$

$$\begin{aligned} \text{Altura:} \quad f(x_k) &= f\left(\frac{18k}{n}\right) = 340 - \left(\frac{18k}{n}\right)^2 \\ &= 340 - \frac{324k^2}{n^2} \end{aligned}$$

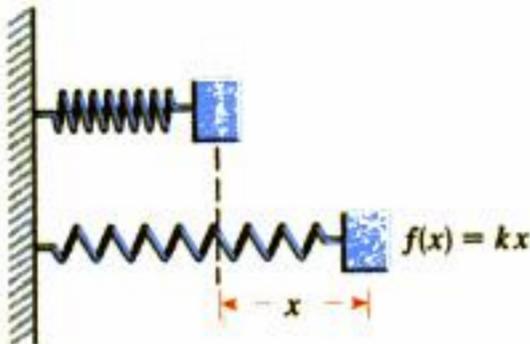
Así, de acuerdo con la definición de trabajo, se obtiene

$$\begin{aligned} W &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \Delta x = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left(340 - \frac{324k^2}{n^2} \right) \left(\frac{18}{n} \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{18}{n} \sum_{k=1}^n 340 - \frac{(18)(324)}{n^3} \sum_{k=1}^n k^2 \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{18}{n} 340n - \frac{5832}{n^3} \left[\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \right] \right) \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(6120 - 972 \cdot \frac{n}{n} \cdot \frac{n+1}{n} \cdot \frac{2n+1}{n} \right) \\ &= 6120 - 972 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 = 4176 \end{aligned}$$

De modo que el trabajo que realiza la persona al mover la caja es 4176 pies-libras. ■

Problemas

1. Trabajo hecho por un cabrestante Un cabrestante motorizado se emplea para jalar un árbol derribado a un camión. El motor ejerce una fuerza de $f(x) = 1500 + 10x - \frac{1}{2}x^2$ lb sobre el árbol en el instante cuando éste se ha movido x pies. El árbol se debe mover una distancia de 40 pies, de $x = 0$ a $x = 40$. ¿Cuánto trabajo realiza el cabrestante al mover el árbol?

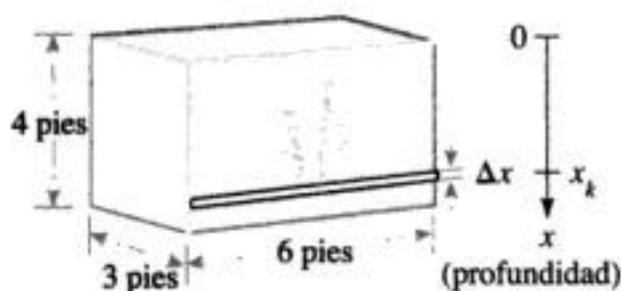


2. Trabajo hecho por un resorte La ley de Hooke establece que cuando se estira un resorte, jala hacia atrás con una fuerza proporcional a la cantidad del estiramiento. La constante de proporcionalidad es una característica del resorte conocida como la **constante del resorte**. Así, un resorte con una constante k ejerce una fuerza $f(x) = kx$ cuando se estira una distancia x .

Cierto resorte tiene una constante $k = 20$ lb/pie. Encuentre el trabajo que realiza el resorte cuando se jala de modo que la cantidad por la que se estira se incrementa de $x = 0$ a $x = 2$ pies.

3. Fuerza del agua Como todo buzo sabe, un objeto sumergido en agua experimenta presión, y conforme se incrementa la profundidad, también aumenta la presión del agua. A una profundidad de x pies, la presión del agua es $p(x) = 62.5x$ lb/pie². Para hallar la fuerza ejercida por el agua sobre una superficie, se multiplica la presión por el área de la superficie:

$$\text{fuerza} = \text{presión} \times \text{área}$$



Suponga que un acuario con 3 pies de ancho, 6 pies de largo y 4 pies de altura está lleno de agua. El fondo del acuario tiene área $3 \times 6 = 18$ pies², y experimenta una presión de agua de $p(4) = 62.5 \times 4 = 250$ lb/pies². Así, la fuerza total ejercida por el agua en el fondo es $250 \times 18 = 4500$ lb.

El agua ejerce también una fuerza sobre los lados del acuario, pero no es tan fácil calcularla porque la presión se incrementa de la parte superior a la inferior. Para calcular la fuerza en uno de los lados de 4 pies \times 6 pies, se divide su área en n tiras horizontales delgadas de ancho Δx , como se muestra en la figura. El área de cada tira es

$$\text{longitud} \times \text{ancho} = 6 \Delta x$$

Si el fondo de la k -ésima tira está a la profundidad x_k , entonces experimenta una presión de agua de casi $p(x_k) = 62.5x_k$ lb/pies²; mientras más delgada es la tira, más exacta es la aproximación. Así, en cada tira el agua ejerce una fuerza de

$$\text{presión} \times \text{área} = 62.5x_k \times 6 \Delta x = 375x_k \Delta x \text{ libras}$$

- a) Explique por qué la fuerza total ejercida por el agua sobre los lados de 4×6 pies del acuario es

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n 375x_k \Delta x$$

donde $\Delta x = 4/n$ y $x_k = 4k/n$.

- b) ¿Qué área representa el límite del inciso a)?
 c) Evalúe el límite del inciso a) para hallar la fuerza ejercida por el agua en uno de los lados de 4×6 pies del acuario.
 d) Use la misma técnica para hallar la fuerza ejercida por el agua en uno de los lados de 4×3 pies del acuario.

NOTA Los ingenieros emplean la técnica descrita en este problema para hallar la fuerza total que ejerce el agua sobre una presa.

4. **Distancia recorrida por un automóvil** Puesto que distancia = velocidad \times tiempo, es fácil apreciar que un automóvil en movimiento, por ejemplo, a 70 millas/h durante 5 h recorrerá una distancia de 350 millas. ¿Pero qué pasa si varía la velocidad, como sucede en realidad en la práctica?
- a) Suponga que la velocidad de un objeto móvil en el tiempo t es $v(t)$. Explique por qué la distancia que recorre el objeto entre los tiempos $t = a$ y $t = b$ es el área bajo la gráfica de v entre $t = a$ y $t = b$.
- b) La velocidad de un automóvil t segundos después de que comienza a moverse está dada por la función $v(t) = 6t + 0.1t^3$ pies/s. Encuentre la distancia que recorre el automóvil de $t = 0$ a $t = 5$ s.
5. **Capacidad térmica** Si la temperatura exterior alcanza un máximo de 90°F un día y sólo 80°F el siguiente, entonces probablemente se diría que el primer día fue más cálido que el segundo. Sin embargo, suponga que el primer día la temperatura fue menor a 60°F durante la mayor parte del día, y alcanza la máxima temperatura sólo de manera breve, mientras que en el segundo día la temperatura permaneció arriba de 75°F todo el tiempo. Ahora bien, ¿cuál día es el más cálido? Para tener una mejor medición de cuán cálido es un día particular, los científicos usan el concepto de **grado de calentamiento-hora**. Si la temperatura es una constante D grados durante t horas, entonces el "poder calorífico" generado en este periodo es Dt grados de calentamiento-horas:

$$\text{grados de calentamiento-horas} = \text{temperatura} \times \text{tiempo}$$

Si la temperatura no es constante, entonces el número de grados de calentamiento-horas es igual al área bajo la gráfica de la función de temperatura en el periodo en cuestión.

Respuestas a ejercicios y evaluaciones impares

Capítulo 1

Sección 1.1 ■ página 10

1. a) 50 b) 0, -10, 50 c) 0, -10, 50, $\frac{22}{7}$, 0.538, 1.23, $-\frac{1}{3}$ d) $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{2}$

3. Propiedad conmutativa de la adición

5. Propiedad asociativa de la adición

7. Propiedad distributiva

9. Propiedad conmutativa de la multiplicación

11. $3 + x$ 13. $4A + 4B$ 15. $3x + 3y$ 17. $8m$

19. $-5x + 10y$ 21. a) $\frac{17}{30}$ b) $\frac{9}{20}$ 23. a) 3 b) $\frac{25}{72}$

25. a) $\frac{8}{3}$ b) 6 27. a) $<$ b) $>$ c) =

29. a) Falso b) Verdadero 31. a) Falso b) Verdadero

33. a) $x > 0$ b) $t < 4$ c) $a \geq \pi$ d) $-5 < x < \frac{1}{3}$

e) $|p - 3| \leq 5$ 35. a) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} b) {2, 4, 6}

37. a) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} b) {7}

39. a) $\{x | x \leq 5\}$ b) $\{x | -1 < x < 4\}$

41. $-3 < x < 0$



43. $2 \leq x < 8$



45. $x \geq 2$



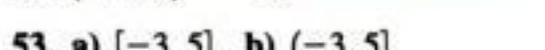
47. $(-\infty, 1]$



49. $(-2, 1]$



51. $(-1, \infty)$



53. a) $[-3, 5]$ b) $(-3, 5]$

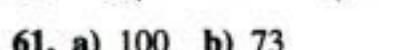
55. $[-2, 1]$



57. $[0, 6]$



59. $(-4, 4)$



61. a) 100 b) 73

63. a) 2 b) -1 65. a) 12 b) 5 67. 5

69. a) 15 b) 24 c) $\frac{67}{40}$ 71. a) $\frac{7}{9}$ b) $\frac{13}{43}$ c) $\frac{19}{33}$

73. Propiedad distributiva

75. a) Sí, no b) 6 pies

Sección 1.2 ■ página 21

1. $5^{-1/2}$ 3. $\sqrt[3]{4^2}$ 5. $5^{3/5}$ 7. $\sqrt[5]{a^2}$ 9. a) -9 b) 9 c) 1

11. a) 4 b) $\frac{1}{81}$ c) 16 13. a) 4 b) 2 c) $\frac{1}{2}$

15. a) $\frac{2}{3}$ b) $-\frac{1}{4}$ c) $-\frac{1}{2}$ 17. a) $\frac{3}{2}$ b) 4 c) -4

19. 5 21. 14 23. $7\sqrt{2}$

25. $3\sqrt[5]{3}$ 27. a^4 29. $6x^7y^5$

31. $16x^{10}$ 33. $\frac{4}{b^2}$

35. $64r^7s$ 37. $648y^7$ 39. $\frac{x^3}{y}$

41. $\frac{y^2z^9}{x^5}$ 43. $\frac{s^3}{q^7r^6}$ 45. $|x|$

47. $2x^2$ 49. $|ab^3|$ 51. $2|x|$

53. $x^{13/15}$ 55. $\frac{-1}{9a^{5/4}}$

57. $16b^{9/10}$ 59. $\frac{1}{c^{2/3}d}$ 61. $y^{1/2}$

63. $\frac{32x^{12}}{y^{16/15}}$ 65. $\frac{x^{15}}{y^{15/2}}$ 67. $\frac{4a^2}{3b^{1/3}}$ 69. $\frac{3t^{25/6}}{s^{1/2}}$

71. a) 6.93×10^7 b) 7.2×10^{12} c) 2.8536×10^{-5}

d) 1.213×10^{-4} 73. a) 319 000 b) 272 100 000

c) 0.00000002670 d) 0.000000009999

75. a) 5.9×10^{12} millas b) 4×10^{-13} cm

c) 3.3×10^{19} moléculas 77. 1.3×10^{-20}

79. 1.429×10^{19} 81. 7.4×10^{-14}

83. a) $\frac{\sqrt{10}}{10}$ b) $\frac{\sqrt{2x}}{x}$ c) $\frac{\sqrt{3x}}{3}$

85. a) $\frac{2\sqrt[3]{x^2}}{x}$ b) $\frac{\sqrt[4]{y}}{y}$ c) $\frac{xy^{3/5}}{y}$

87. a) Negativo b) Positivo c) Negativo d) Negativo
 e) Positivo f) Negativo 89. 2.5×10^{13} millas
 91. 1.3×10^{21} L 93. 4.03×10^{27} moléculas
 95. a) 28 millas/h b) 167 pies 97. a) 17.707 pies/s
 b) 1328.0 pies³/s

Sección 1.3 ■ página 31

1. Trinomio; $x^2, -3x, 7; 2$ 3. Monomio; $-8; 0$
 5. Cuatro términos; $-x^4, x^3, -x^2, x; 4$ 7. $7x + 5$
 9. $5x^2 - 2x - 4$ 11. $x^3 + 3x^2 - 6x + 11$
 13. $9x + 103$ 15. $-t^4 + t^3 - t^2 - 10t + 5$
 17. $x^{3/2} - x$ 19. $21t^2 - 29t + 10$ 21. $3x^2 + 5xy - 2y^2$
 23. $1 - 4y + 4y^2$ 25. $4x^4 + 12x^2y^2 + 9y^4$
 27. $2x^3 - 7x^2 + 7x - 5$ 29. $x^4 - a^4$ 31. $a - 1/b^2$
 33. $1 + 3a^3 + 3a^6 + a^9$ 35. $2x^4 + x^3 - x^2 + 3x - 2$
 37. $1 - x^{2/3} + x^{4/3} - x^2$ 39. $3x^4y^4 + 7x^3y^5 - 6x^2y^3 - 14xy^4$
 41. $x^2 - y^2 - 2yz - z^2$ 43. $2x(-x^2 + 8)$
 45. $(y - 6)(y + 9)$ 47. $xy(2x - 6y + 3)$
 49. $(x - 1)(x + 3)$ 51. $(2x - 5)(4x + 3)$
 53. $(3x + 4)(3x + 8)$ 55. $(3a - 4)(3a + 4)$
 57. $(3x + y)(9x^2 - 3xy + y^2)$ 59. $(x + 6)^2$
 61. $(x + 4)(x^2 + 1)$ 63. $(2x + 1)(x^2 - 3)$
 65. $(x + 1)(x^2 + 1)$ 67. $x^{1/2}(x + 1)(x - 1)$
 69. $(x^2 + 3)(x^2 + 1)^{-1/2}$ 71. $6x(2x^2 + 3)$
 73. $(x - 4)(x + 2)$ 75. $(2x + 3)(x + 1)$
 77. $(3x + 2)(2x - 3)$ 79. $(5s - t)^2$
 81. $(2x - 5)(2x + 5)$ 83. $4ab$
 85. $(x + 3)(x - 3)(x + 1)(x - 1)$
 87. $(2x + 5)(4x^2 - 10x + 25)$
 89. $(x^2 - 2y)(x^4 + 2x^2y + 4y^2)$ 91. $x(x + 1)^2$
 93. $(y + 2)(y - 2)(y - 3)$ 95. $(2x^2 + 1)(x + 2)$
 97. $3(x - 1)(x + 2)$ 99. $(a + 2)(a - 2)(a + 1)(a - 1)$
 101. $2(x^2 + 4)^4(x - 2)^3(7x^2 - 10x + 8)$
 103. $(x^2 + 3)^{-4/3}(\frac{1}{3}x^2 + 3)$
 105. d) $(a + b + c)(a + b - c)(a - b + c)(b - a + c)$

Sección 1.4 ■ página 41

1. \mathbb{R} 3. $x \neq 4$ 5. $x \geq -3$ 7. $\frac{x + 2}{2(x - 1)}$ 9. $\frac{1}{x + 2}$
 11. $\frac{x + 2}{x + 1}$ 13. $\frac{y}{y - 1}$ 15. $\frac{x(2x + 3)}{2x - 3}$ 17. $\frac{1}{4(x - 2)}$
 19. $\frac{x + 3}{3 - x}$ 21. $\frac{1}{t^2 + 9}$ 23. $\frac{x + 4}{x + 1}$ 25. $\frac{(2x + 1)(2x - 1)}{(x + 5)^2}$
 27. $x^2(x + 1)$ 29. $\frac{x}{yz}$ 31. $\frac{3(x + 2)}{x + 3}$ 33. $\frac{3x + 7}{(x - 3)(x + 5)}$
 35. $\frac{1}{(x + 1)(x + 2)}$ 37. $\frac{3x + 2}{(x + 1)^2}$ 39. $\frac{u^2 + 3u + 1}{u + 1}$
 41. $\frac{2x + 1}{x^2(x + 1)}$ 43. $\frac{2x + 7}{(x + 3)(x + 4)}$ 45. $\frac{x - 2}{(x + 3)(x - 3)}$

47. $\frac{5x - 6}{x(x - 1)}$ 49. $\frac{-5}{(x + 1)(x + 2)(x - 3)}$ 51. $-xy$
 53. $\frac{c}{c - 2}$ 55. $\frac{3x + 7}{x^2 + 2x - 1}$ 57. $\frac{y - x}{xy}$
 59. 1 61. $\frac{-1}{a(a + h)}$ 63. $\frac{-3}{(2 + x)(2 + x + h)}$
 65. $\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ 67. $\frac{(x + 2)^2(x - 13)}{(x - 3)^3}$ 69. $\frac{x + 2}{(x + 1)^{3/2}}$
 71. $\frac{2x + 3}{(x + 1)^{4/3}}$ 73. $2 + \sqrt{3}$ 75. $\frac{2(\sqrt{7} - \sqrt{2})}{5}$
 77. $\frac{y\sqrt{3} - y\sqrt{y}}{3 - y}$ 79. $\frac{-4}{3(1 + \sqrt{5})}$ 81. $\frac{r - 2}{5(\sqrt{r} - \sqrt{2})}$
 83. $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$ 85. Verdadero 87. Falso 89. Falso
 91. Verdadero 93. a) $\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$ b) $\frac{20}{3} \approx 6.7$ ohms

Sección 1.5 ■ página 55

1. a) No b) Sí 3. a) Sí b) No 5. 12 7. 18
 9. -3 11. 12 13. $-\frac{3}{4}$ 15. 30 17. $-\frac{1}{3}$ 19. $\frac{13}{3}$
 21. -2 23. $R = \frac{PV}{nT}$ 25. $R_1 = \frac{RR_2}{R_2 - R}$ 27. $x = \frac{2d - b}{a - 2c}$
 29. $x = \frac{1 - a}{a^2 - a - 1}$ 31. $r = \pm \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$
 33. $b = \pm \sqrt{c^2 - a^2}$ 35. $t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$
 37. -4, 3 39. 3, 4 41. $-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}$ 43. $-2, \frac{1}{3}$ 45. $-1 \pm \sqrt{6}$
 47. $-\frac{7}{2}, \frac{1}{2}$ 49. $-2 \pm \frac{\sqrt{14}}{2}$ 51. $0, \frac{1}{4}$ 53. -3, 5
 55. $\frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$ 57. $-\frac{3}{2}, 1$ 59. $\frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$ 61. $-\frac{9}{2}, \frac{1}{2}$
 63. $\frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$ 65. $-\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{6}$ 67. $-\frac{7}{3}$ 69. 2 71. 1
 73. No hay solución real 75. $-\frac{7}{3}, 2$ 77. -50, 100 79. -4
 81. 4 83. 3 85. $\pm 2\sqrt{2}, \pm \sqrt{5}$ 87. No hay solución real
 89. $\pm 3\sqrt{3}, \pm 2\sqrt{2}$ 91. -1, 0, 3 93. 27, 729 95. $-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}$
 97. 3.99, 4.01 99. 4.24 s 101. a) Después de 1 s y $1\frac{1}{2}$ s
 b) Nunca c) 25 pies d) Después $1\frac{1}{4}$ s e) Después $2\frac{1}{2}$ s
 103. a) 0.00055, 12.018 m b) 234.375 kg/m³
 105. a) Después de 17 años, el 1 de enero de 2019;
 b) Después de 18.612 años, el 12 de agosto de 2020;
 107. 50 109. 132.6 pies

Sección 1.6 ■ página 68

1. $3n + 3$ 3. $\frac{160 + s}{3}$ 5. $0.025x$ 7. $A = 3w^2$
 9. $d = \frac{3}{4}s$ 11. $\frac{25}{x + 3}$ 13. 51, 52, 53 15. 19 y 36

17. \$9000 dólares a $4\frac{1}{2}\%$ y \$3000 dólares a 4% 19. 7.5%
 21. \$7400 23. \$45 000 25. Plomero, 70 h; ayudante, 35 h
 27. 40 años de edad 29. 9 centavos, 9 de a cinco centavos,
 9 de a 10 centavos 31. 6.4 pies desde el punto de apoyo
 33. a) 9 cm b) 5 pulg 35. 45 pies 37. 120 pies por lado
 39. 25 por 35 pies 41. 60 por 40 pies 43. 120 pies
 45. 4 pulg 47. 18 pies 49. 5 m 51. 4 53. 18 g
 55. 0.6 L 57. 35% 59. 37 min 20 s 61. 3 h
 63. Irene 3 h, Henry $4\frac{1}{2}$ h 65. 4 h 67. 500 millas/h
 69. 50 millas/h (o 240 millas/h) 71. 6 km/h
 73. 2 por 6 por 15 pies 75. 13 por 13 pulg 77. 2.88 pies
 79. 16 millas; no 81. 7.52 pies 83. 18 pies 85. 4.55 pies

Sección 1.7 ■ página 84

1. $\{\sqrt{2}, 2, 4\}$ 3. $\{4\}$

5. $\{-2, -1, 2, 4\}$

7. $(4, \infty)$



11. $(-\infty, -\frac{1}{2})$



15. $(\frac{16}{3}, \infty)$



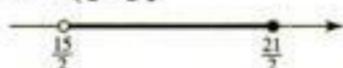
19. $(-\infty, -1]$



23. $(2, 6)$



27. $(\frac{15}{2}, \frac{21}{2}]$



31. $(-\infty, -\frac{7}{2}] \cup [0, \infty)$



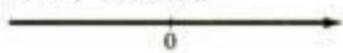
35. $(-\infty, -1] \cup [\frac{1}{2}, \infty)$



39. $(-\infty, -3) \cup (6, \infty)$



43. $(-\infty, \infty)$



47. $(-\infty, -1) \cup [3, \infty)$



9. $(-\infty, 2]$



13. $[1, \infty)$



17. $(-\infty, -18)$



21. $[-3, -1)$



25. $[\frac{9}{2}, 5)$



29. $(-2, 3)$



33. $[-3, 6]$



37. $(-1, 4)$



41. $(-2, 2)$



45. $(-2, 0) \cup (2, \infty)$



49. $(-\infty, -\frac{3}{2})$



51. $(-\infty, 5) \cup [16, \infty)$



55. $[-2, -1) \cup (0, 1]$



59. $(-3, -\frac{1}{2}) \cup (2, \infty)$



63. $[-4, 4]$



67. $[2, 8]$



71. $(-4, 8)$



75. $[-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$



77. $|x| < 3$ 79. $|x - 7| \geq 5$ 81. $|x| \leq 2$

83. $|x| > 3$ 85. $|x - 1| \leq 3$ 87. $-\frac{4}{3} \leq x \leq \frac{4}{3}$

89. $x < -2$ o $x > 7$ 91. a) $x \geq \frac{c}{a} + \frac{c}{b}$

b) $\frac{a - c}{b} \leq x < \frac{2a - c}{b}$

93. $68 \leq F \leq 86$ 95. Más de 200 millas 97. Entre 12 000 y 14 000 millas 99. Distancias entre 20 000 y 100 000 km

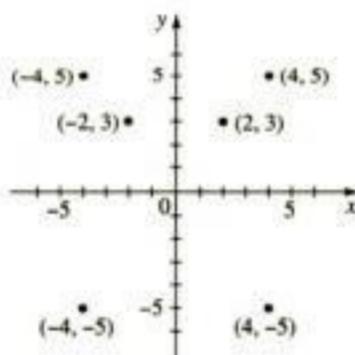
101. Entre 0 y 60 millas/h 103. a) $T = 20 - \frac{h}{100}$

b) Desde 20°C pasa a -30°C 105. 24

107. a) $|x - 0.020| \leq 0.003$ b) $0.017 \leq x \leq 0.023$

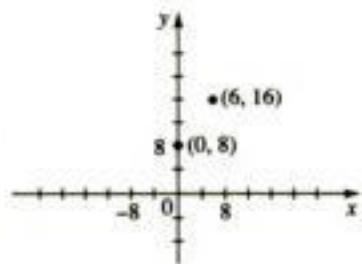
Sección 1.8 ■ página 97

1.



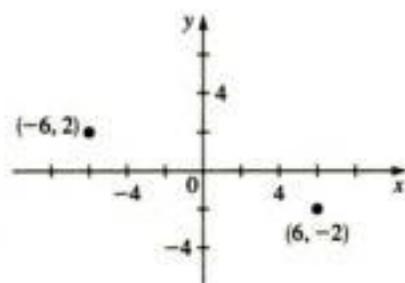
3. a) $\sqrt{13}$ b) $(\frac{3}{2}, 1)$ 5. a) 10 b) $(1, 0)$

7. a)



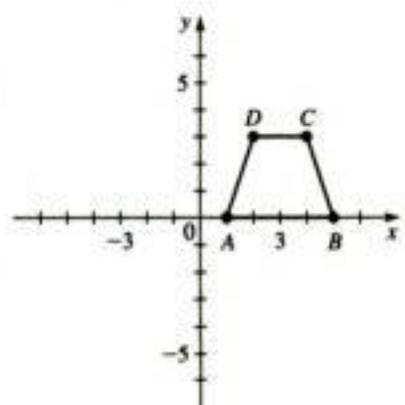
b) 10 c) (3, 12)

11. a)

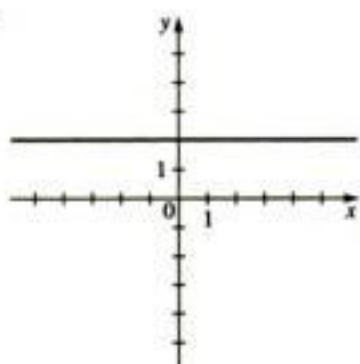


b) $4\sqrt{10}$ c) (0, 0)

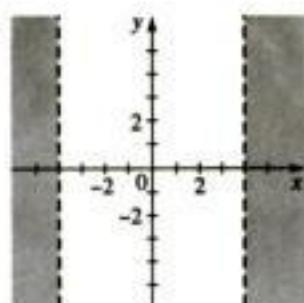
15. Trapezoide, área = 9



19.

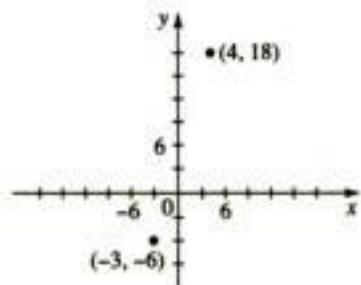


23.



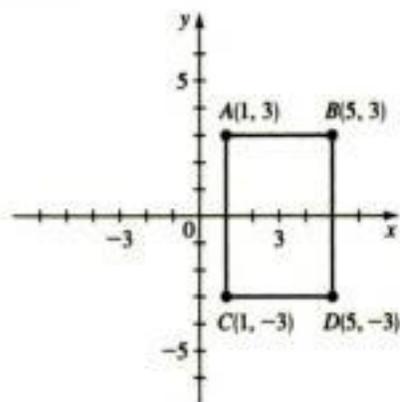
27. A(6, 7) 29. Q(-1, 3) 33. b) 10 37. (0, -4)

9. a)

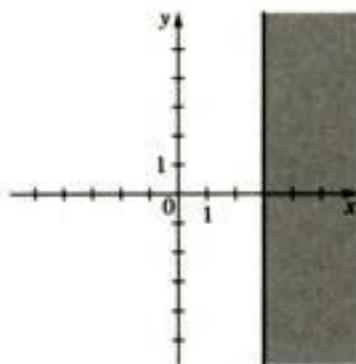


b) 25 c) $(\frac{1}{2}, 6)$

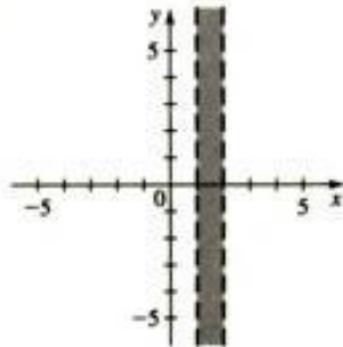
13. 24



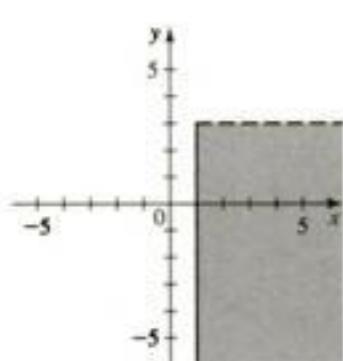
17.



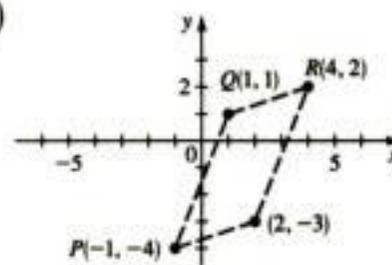
21.



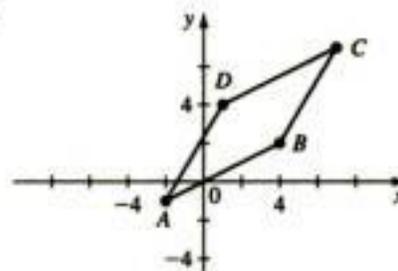
25.



39. (2, -3)



41. a)



b) $(\frac{5}{2}, 3), (\frac{5}{2}, 3)$

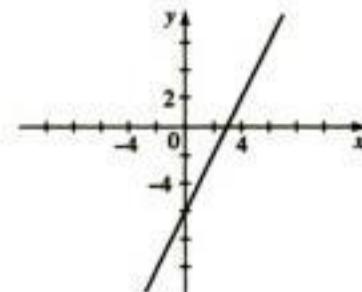
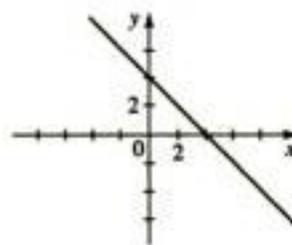
43. No, sí, sí 45. Sí, no, sí

47. intersección con x en 0, 4; intersección con y en 0

49. corta a x en -2, 2; corta a y en -4, 4

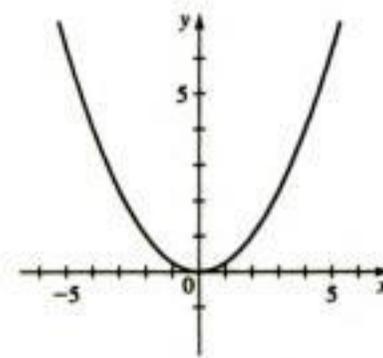
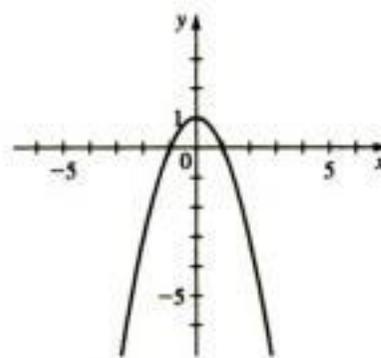
51. Corta al eje x en 4, ordenada al origen = 4, sin simetría

53. Corta al eje x en 3, ordenada al origen = -6, sin simetría



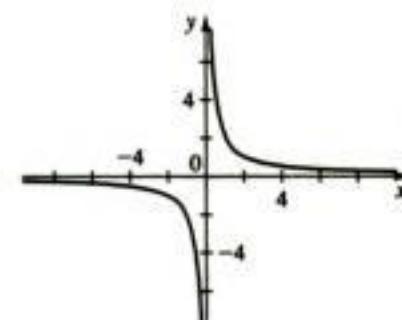
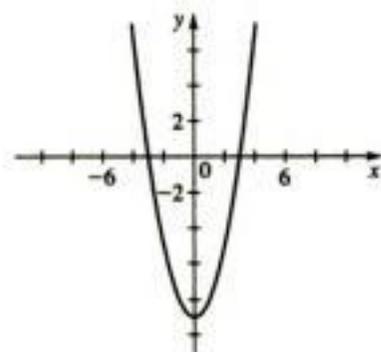
55. Corta al eje x en ± 1 , intersección con y en 1, simétrica con respecto a y

57. Pasa por x = 0, y = 0, simétrica con respecto a y



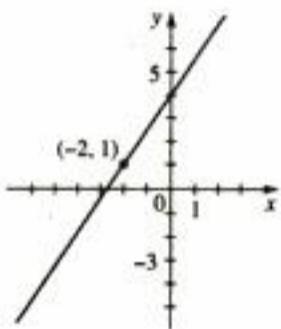
59. Corta al eje x en ± 3 , corta a y en -9, simétrica con respecto al eje y

61. Sin intersecciones, simétrica con respecto al origen

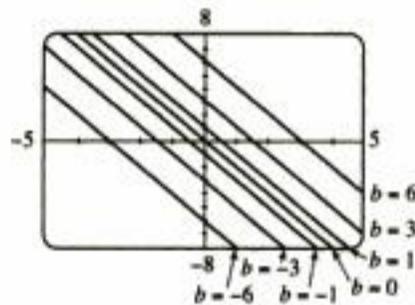


Sección 1.10 ■ página 120

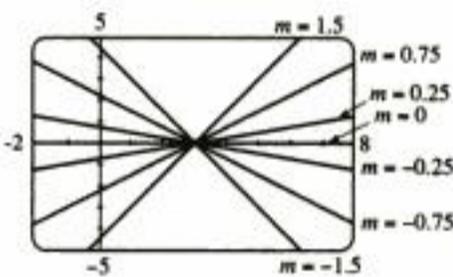
1. $\frac{1}{2}$ 3. $\frac{1}{6}$ 5. $-\frac{1}{2}$ 7. $-\frac{9}{2}$ 9. $-2, \frac{1}{2}, 3, -\frac{1}{4}$
 11. $x + y - 4 = 0$
 13. $3x - 2y - 6 = 0$
 15. $x - y + 1 = 0$
 17. $2x - 3y + 19 = 0$
 19. $5x + y - 11 = 0$
 21. $3x - y - 2 = 0$
 23. $3x - y - 3 = 0$
 25. $y = 5$ 27. $x + 2y + 11 = 0$
 29. $x = -1$
 31. $5x - 2y + 1 = 0$
 33. $x - y + 6 = 0$
 35. a)



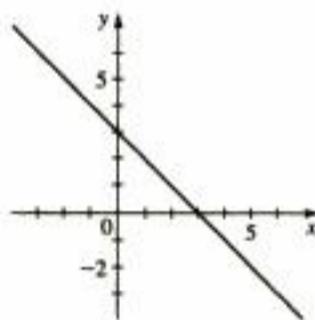
37. Todas tienen la misma pendiente.



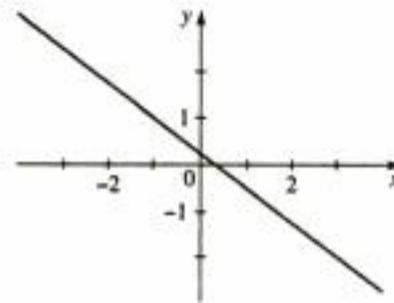
- b) $3x - 2y + 8 = 0$
 39. Todas cortan al eje x en el mismo punto



41. $-1, 3$

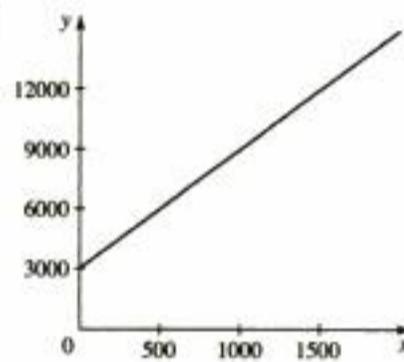


51. $-\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$



57. $x - y - 3 = 0$ 59. b) $4x - 3y - 24 = 0$
 61. 16 667 pies 63. a) 8.34; la pendiente representa el incremento en la dosis para un aumento de un año en la edad. b) 8.34 mg

65. a)

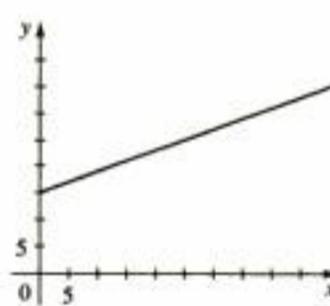


b) La pendiente representa el costo de producción por tostador; el corte con el eje y representa el costo fijo mensual.

67. a) $t = \frac{5}{24}n + 45$ b) 76°F

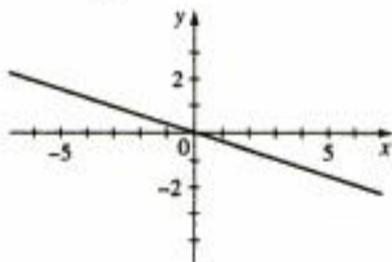
69. a) $P = 0.434d + 15$, donde P es la presión en lb/pulg² y d es la profundidad en pies

b)

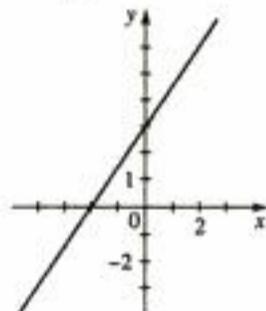


c) La pendiente es la rapidez de incremento en la presión del agua, y la ordenada al origen es la presión del aire en la superficie d) 196 pies

43. $-\frac{1}{3}, 0$



45. $\frac{3}{2}, 3$

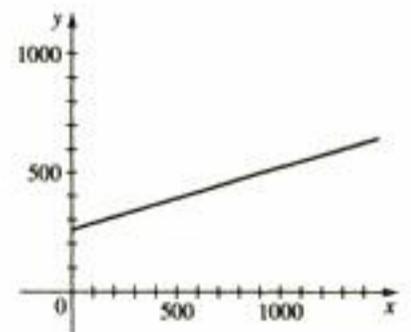


71. a) $C = \frac{1}{4}d + 260$

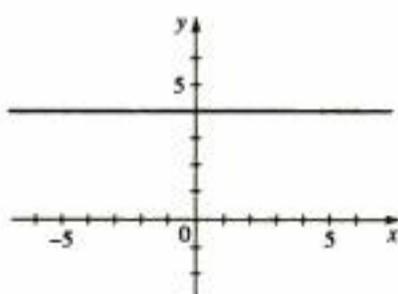
b) \$635

c) La pendiente representa el costo por milla

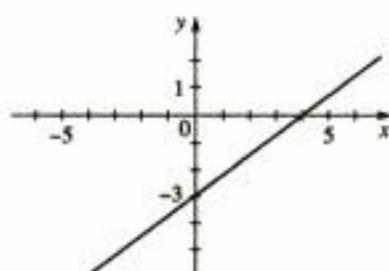
d) La ordenada al origen representa el costo fijo mensual



47. 0, 4



49. $\frac{3}{4}, -3$



Sección 1.11 ■ página 127

1. $T = kx$ 3. $v = k/z$ 5. $y = ks/t$ 7. $z = k\sqrt{y}$
 9. $V = klwh$ 11. $R = k\frac{i}{Pt}$ 13. $y = 7x$ 15. $M = 15x/y$
 17. $W = 360/r^2$ 19. $C = 16lwh$ 21. $s = 500/\sqrt{t}$
 23. a) $F = kx$ b) 8 c) 32 N 25. a) $C = kpm$

- b) 0.125 c) \$57 500 27. a) $P = ks^3$ b) 0.012
 c) 324 29. 0.7 dB 31. 4 33. 5.3 millas/h
 35. a) $R = kL/d^2$ b) 0.002916 c) $R \approx 137 \Omega$
 37. a) 160 000 b) 1930 670 340 39. 36 lb
 41. a) $f = k/L$ b) Se divide a la mitad

Capítulo 1 Repaso ■ página 131

1. Propiedad conmutativa de la adición
 3. Propiedad distributiva

5. $-2 \leq x < 6$ 

7. $[5, \infty)$ 

9. 6 11. $\frac{1}{2}$ 13. $\frac{1}{6}$ 15. 11 17. 4 19. $16x^3$

21. $12xy^8$ 23. x^2y^2 25. $3x^{3/2}y^2$ 27. $\frac{4r^{5/2}}{s^7}$

29. 7.825×10^{10} 31. 1.65×10^{-32}

33. $3xy^2(4xy^2 - y^3 + 3x^2)$ 35. $(x - 2)(x + 5)$

37. $(4t + 3)(t - 4)$ 39. $(5 - 4t)(5 + 4t)$

41. $(x - 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)(x^2 - x + 1)$

43. $x^{-1/2}(x - 1)^2$ 45. $(x - 2)(4x^2 + 3)$

47. $\sqrt{x^2 + 2}(x^2 + x + 2)^2$ 49. $6x^2 - 21x + 3$

51. $-7 + x$ 53. $2x^3 - 6x^2 + 4x$ 55. $\frac{3(x + 3)}{x + 4}$ 57. $\frac{x + 1}{x - 4}$

59. $\frac{1}{x + 1}$ 61. $-\frac{1}{2x}$ 63. $3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$

65. 5 67. No hay solución 69. 2, 7 71. $-1, \frac{1}{2}$

73. $0, \pm \frac{5}{2}$ 75. $\frac{-2 \pm \sqrt{7}}{3}$ 77. -5 79. 3, 11

81. 20 lb de pasitas, 30 lb de nueces

83. $\frac{1}{4}(\sqrt{329} - 3) \approx 3.78$ millas/h 85. 1 h 50 min

87. $(-3, \infty)$ 89. $(-\infty, -6) \cup (2, \infty)$



91. $(-\infty, -2) \cup (2, 4]$

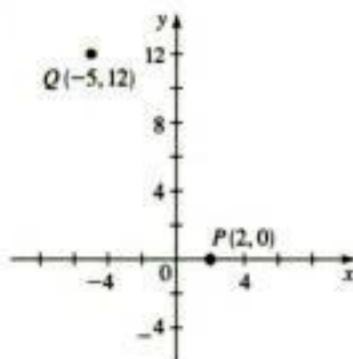


93. $[2, 8]$



95. -1, 7 97. $[1, 3]$

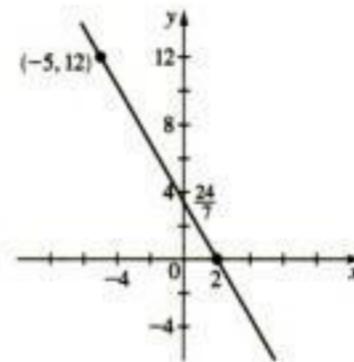
99. a)



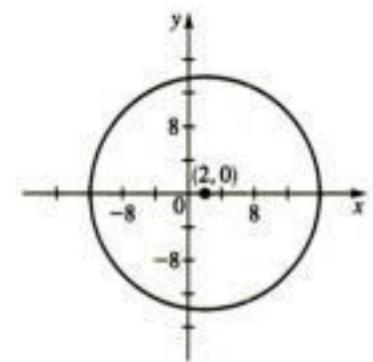
b) $\sqrt{193}$

c) $(-\frac{3}{2}, 6)$

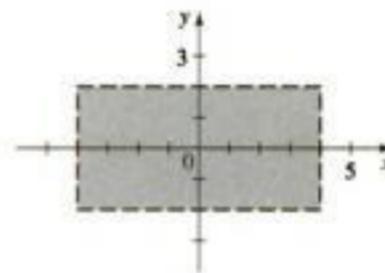
d) $y = -\frac{12}{7}x + \frac{24}{7}$



e) $(x - 2)^2 + y^2 = 193$



101.

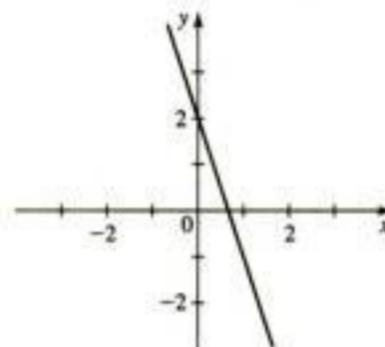


103. B 105. $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 = 26$

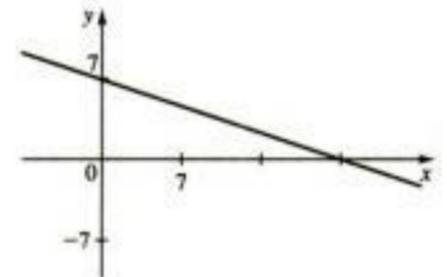
107. Circunferencia, centro $(-1, 3)$ radio 1

109. No tiene gráfica

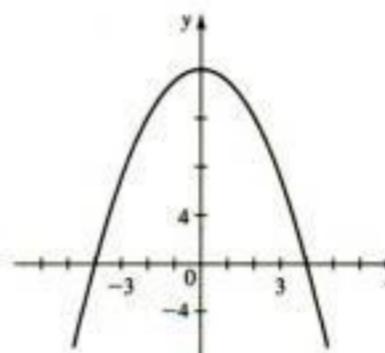
111. No hay simetría



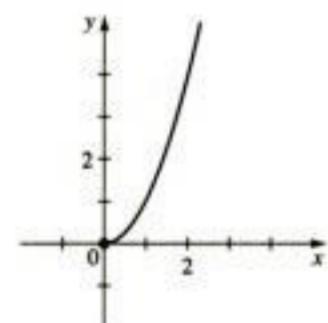
113. No hay simetría



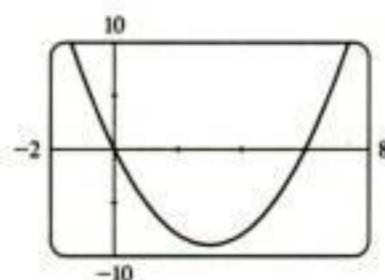
115. Simetría con respecto al eje y



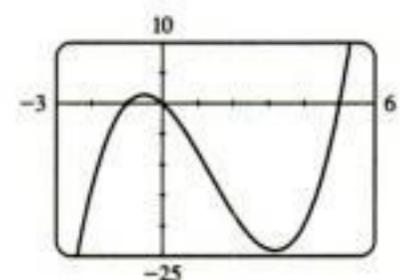
117. No hay simetría



119.



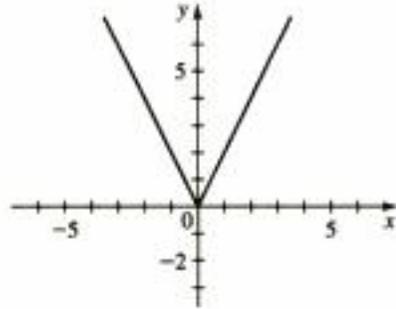
121.



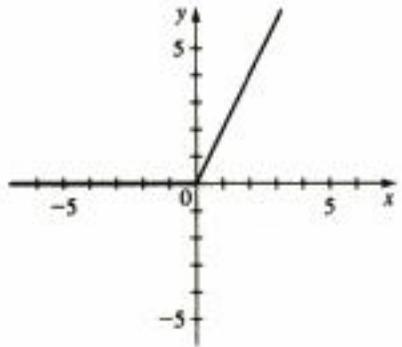
13.



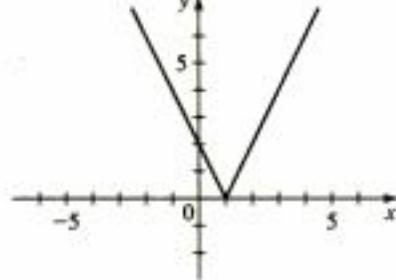
15.



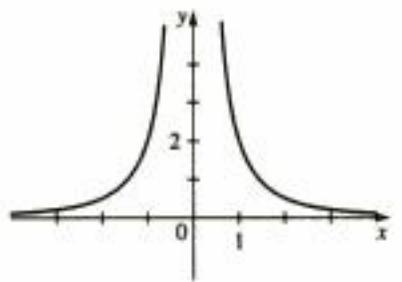
17.



19.



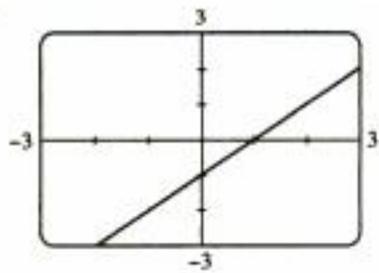
21.



23. a) 1, -1, 3, 4 b) Dominio $[-3, 4]$, rango $[-1, 4]$

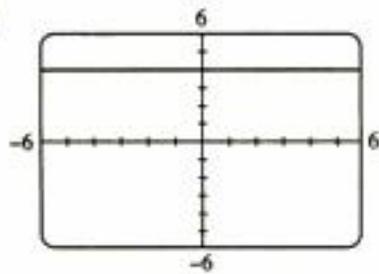
25. a) $f(0)$ b) $g(-3)$ c) -2, 2

27. a)



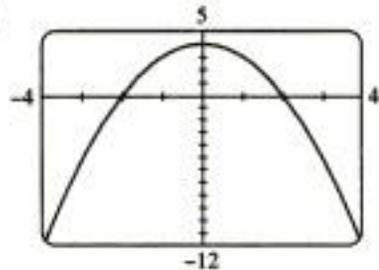
b) Dominio $(-\infty, \infty)$, rango $(-\infty, \infty)$

29. a)



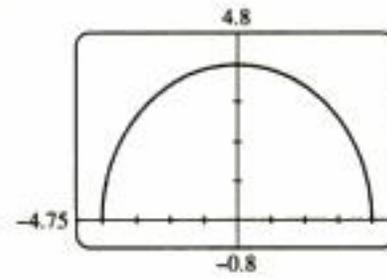
b) Dominio $(-\infty, \infty)$, rango $\{4\}$

31. a)



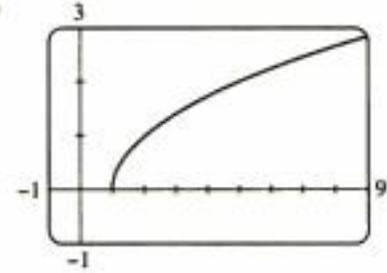
b) Dominio $(-\infty, \infty)$, rango $(-\infty, 4]$

33. a)



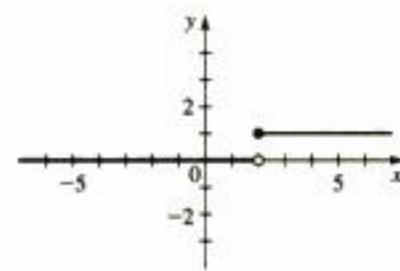
b) Dominio $[-4, 4]$, rango $[0, 4]$

35. a)

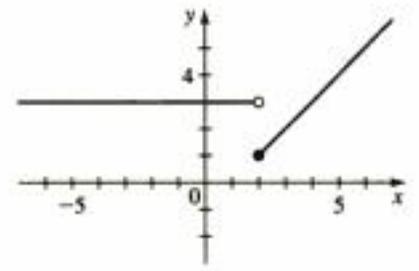


b) Dominio $[1, \infty)$, rango $[0, \infty)$

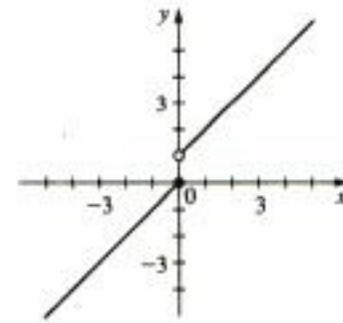
37.



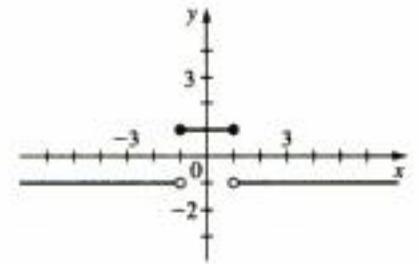
39.



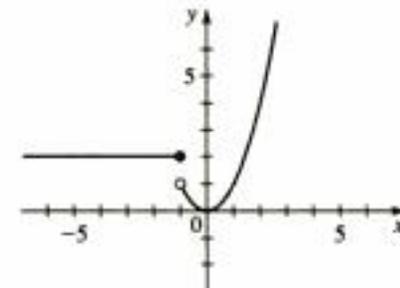
41.



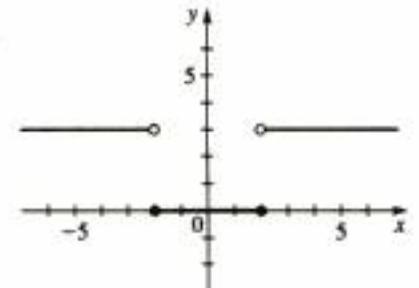
43.



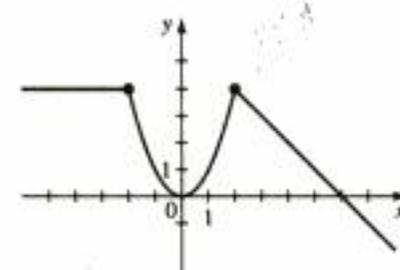
45.



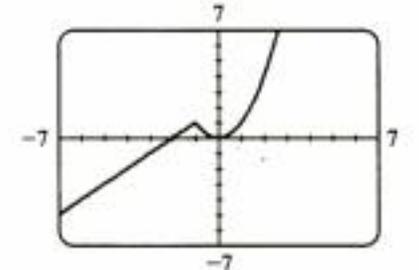
47.



49.



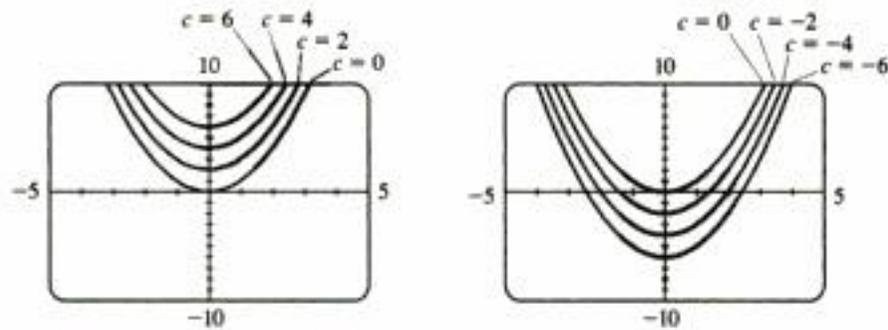
51.



53. $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -2 \\ x & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

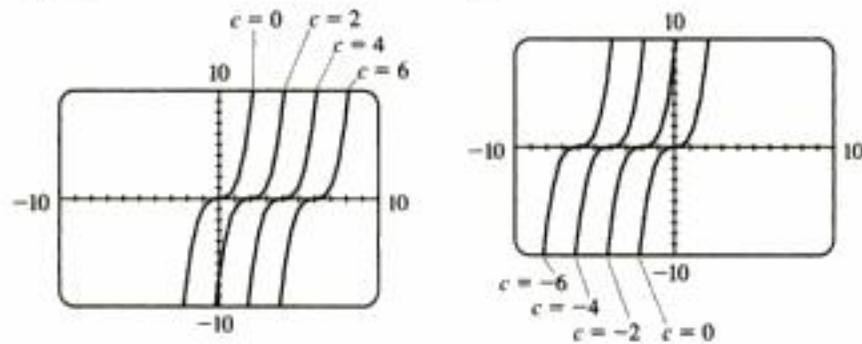
55. a) Sí b) No c) Sí d) No

57. Función, dominio $[-3, 2]$, rango $[-2, 2]$ 59. No es una función 61. Sí 63. No 65. No 67. Sí 69. Sí 71. Sí 73. a) b)



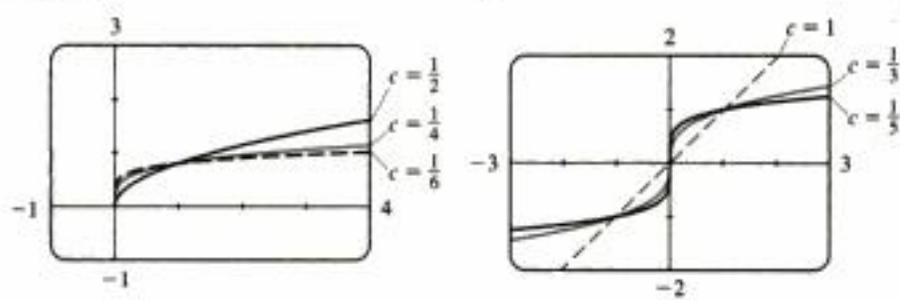
c) Si $c > 0$, entonces la gráfica de $f(x) = x^2 + c$ es la misma que la gráfica de $y = x^2$ desplazada hacia arriba c unidades. Si $c < 0$, entonces la gráfica de $f(x) = x^2 + c$ es la misma que la de $y = x^2$ desplazada hacia abajo c unidades.

75. a) b)



c) Si $c > 0$, entonces la gráfica de $f(x) = (x - c)^3$ es la misma que la gráfica de $y = x^3$ desplazada hacia la derecha c unidades. Si $c < 0$, entonces la gráfica de $f(x) = (x - c)^3$ es la misma que la de $y = x^3$ desplazada hacia la izquierda c unidades.

77. a) b)



c) Las gráficas de raíces pares son similares a \sqrt{x} ; las gráficas de raíces impares son similares a $\sqrt[3]{x}$. A medida que c se incrementa, la gráfica de $y = \sqrt[3]{x}$ se vuelve más pronunciada cerca de 0 y más plana cuando $x > 1$.

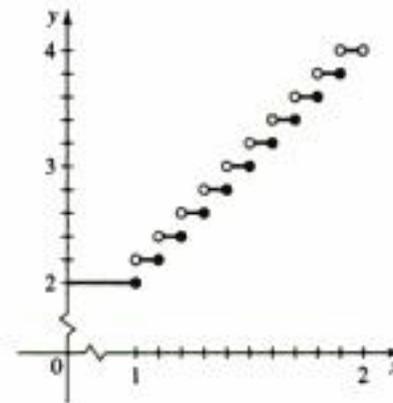
79. $f(x) = -\frac{7}{6}x - \frac{4}{3}, -2 \leq x \leq 4$

81. $f(x) = \sqrt{9 - x^2}, -3 \leq x \leq 3$

83. El peso de esta persona se incrementa a medida que crece, luego sigue en aumento; la persona sigue entonces una dieta rigurosa (quizá) a la edad de 30 años, luego sube otra vez de peso; con el paso del tiempo, el peso se estabiliza. 85. A ganó la carrera. Todos los corredores terminaron. El corredor B cayó, pero se levantó para llegar en segundo lugar.

87. a) 5 s b) 30 s c) 17 s

89. $C(x) = \begin{cases} 2 & 0 < x \leq 1 \\ 2.2 & 1 < x \leq 1.1 \\ 2.4 & 1.1 < x \leq 1.2 \\ \vdots & \\ 4.0 & 1.9 < x < 2.0 \end{cases}$

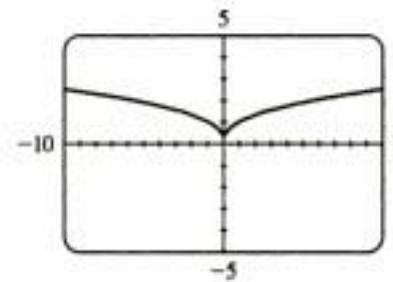


Sección 2.3 ■ página 179

1. a) $[-1, 1], [2, 4]$ b) $[1, 2]$ 3. a) $[-2, -1], [1, 2]$

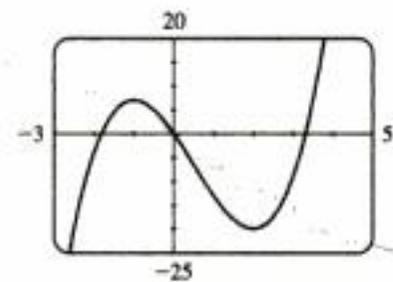
b) $[-3, -2], [-1, 1], [2, 3]$

5. a)



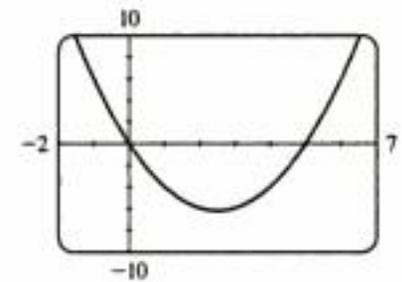
b) Creciente en $[0, \infty)$; decreciente en $(-\infty, 0]$

9. a)



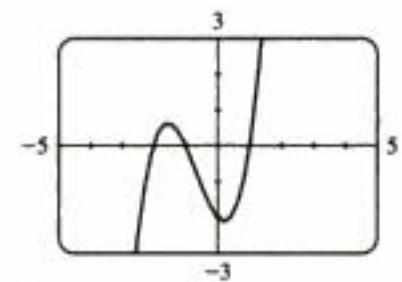
b) Creciente en $(-\infty, -1]$, $[2, \infty)$; decreciente en $[-1, 2]$

7. a)



b) Creciente en $[2.5, \infty)$; decreciente en $(-\infty, 2.5]$

11. a)



b) Creciente en $(-\infty, -1.55], [0.22, \infty)$; decreciente en $[-1.55, 0.22]$

13. $\frac{2}{3}$ 15. $-\frac{4}{5}$ 17. 3 19. 5 21. 60

23. $12 + 3h$ 25. $-\frac{1}{a}$ 27. $\frac{-2}{a(a+h)}$ 29. a) $\frac{1}{2}$

31. a) Creciente en $[0, 150], [300, 365]$; decreciente en $[150, 300]$ b) -0.25 pies/día 33. a) 245 personas/año

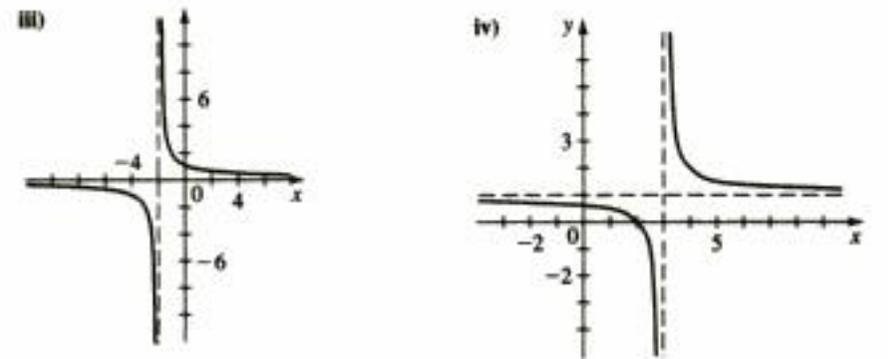
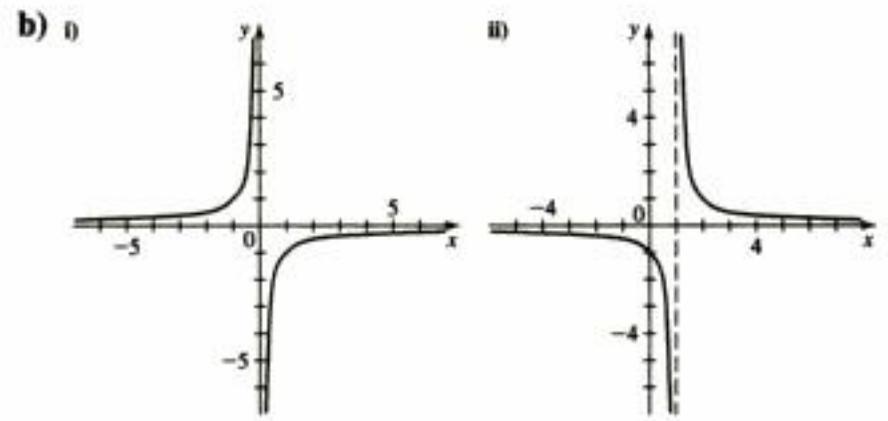
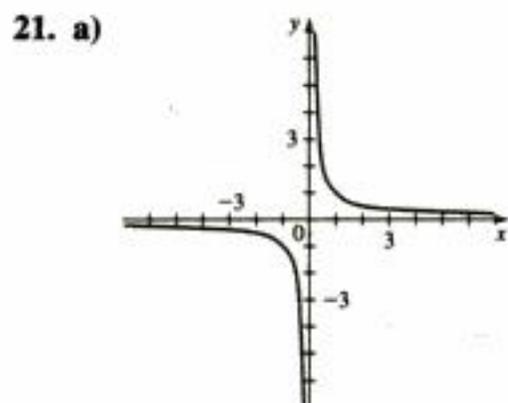
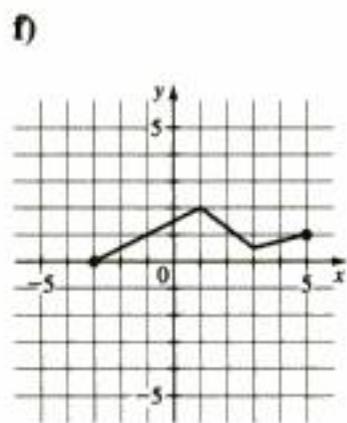
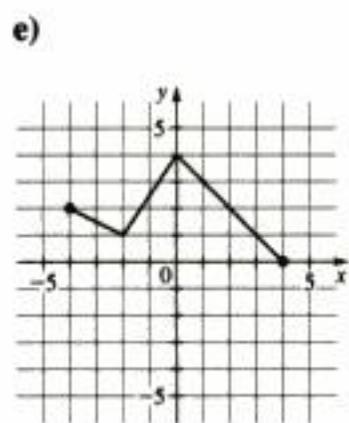
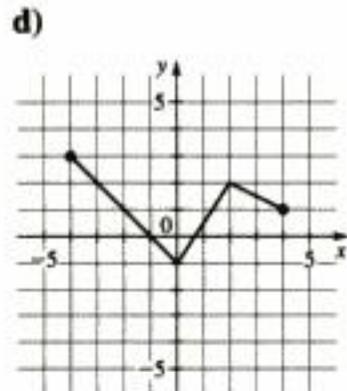
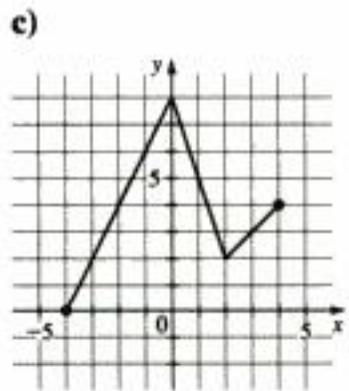
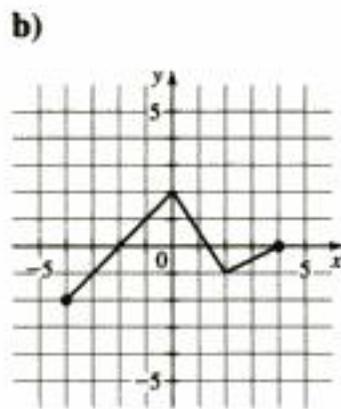
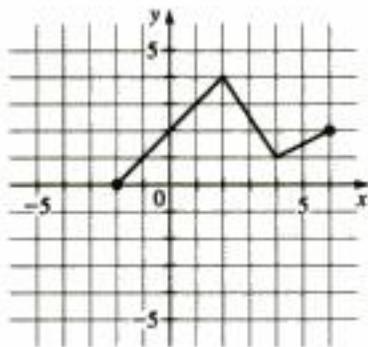
b) -328.5 personas/año c) 1997-2001 d) 2001-2006

35. a) 7.2 unidades/año b) 8 unidades/año

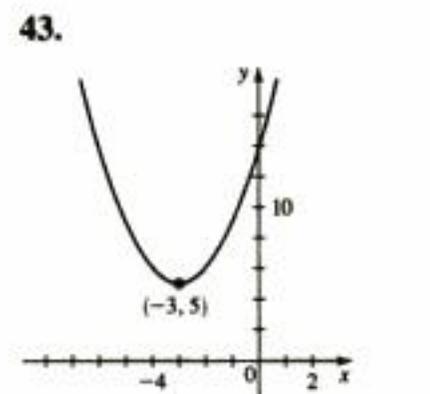
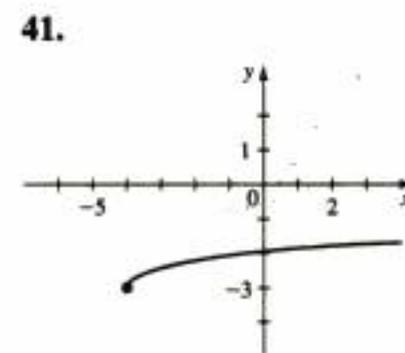
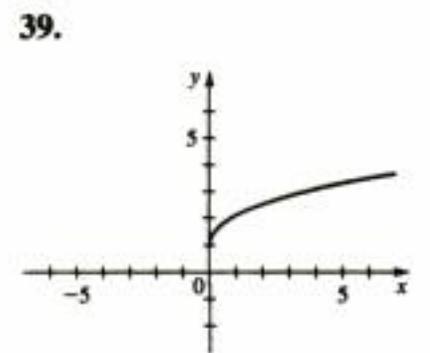
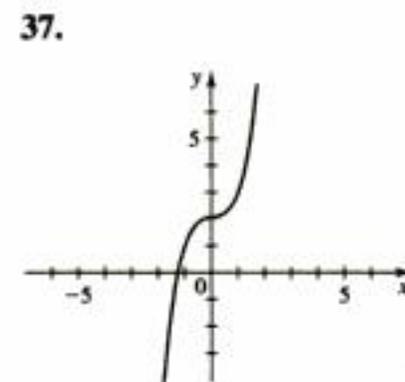
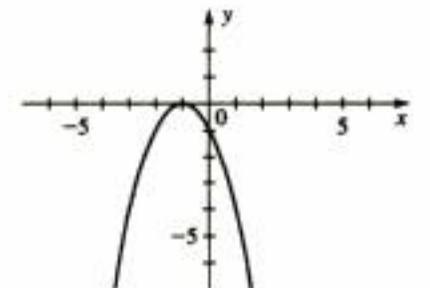
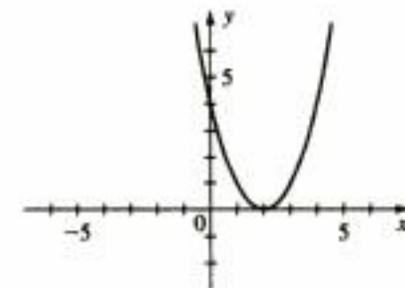
c) -55 unidades/año d) 2000-2001, 2001-2002

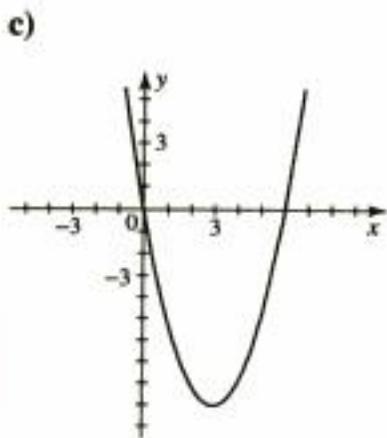
Sección 2.4 ■ página 190

1. a) Muévase hacia abajo 5 unidades b) Desplácese a la derecha 5 unidades
 3. a) Desplácese a la izquierda $\frac{1}{2}$ unidad b) Suba $\frac{1}{2}$ de unidad
 5. a) Refleje en el eje x y estira verticalmente en un factor de 2
 b) Refleje en el eje x y contraiga verticalmente en un factor de $\frac{1}{2}$
 7. a) Diríjase a la derecha 4 unidades y suba $\frac{3}{4}$ de unidad
 b) Vaya a la izquierda 4 unidades y baje $\frac{3}{4}$ de unidad
 9. a) Contraiga en el sentido horizontal por un factor de $\frac{1}{4}$
 b) Estire en la dirección horizontal por un factor de 4
 11. $g(x) = (x - 2)^2$
 13. $g(x) = |x + 1| + 2$ 15. $g(x) = -\sqrt{x + 2}$
 17. a) 3 b) 1 c) 2 d) 4
 19. a)

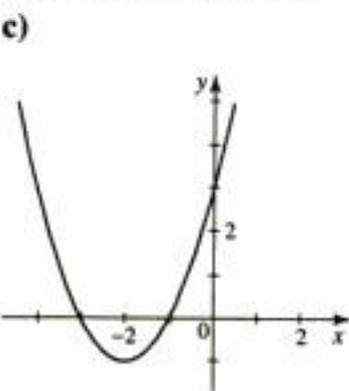


23. a) Desplácese a la izquierda 2 unidades
 b) Suba 2 unidades
 25. a) Estire verticalmente por un factor de 2
 b) Vaya a la derecha 2 unidades, luego contraiga verticalmente por un factor de $\frac{1}{2}$
 27. $g(x) = (x - 2)^2 + 3$ 29. $g(x) = -5\sqrt{x + 3}$
 31. $g(x) = 0.1|x - \frac{1}{2}| - 2$
 33.

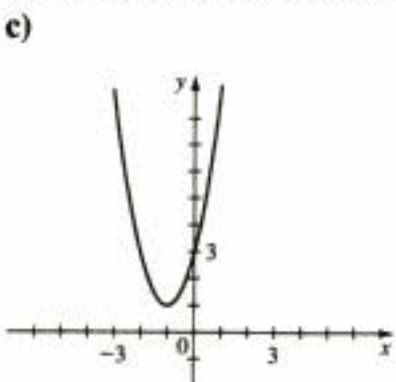




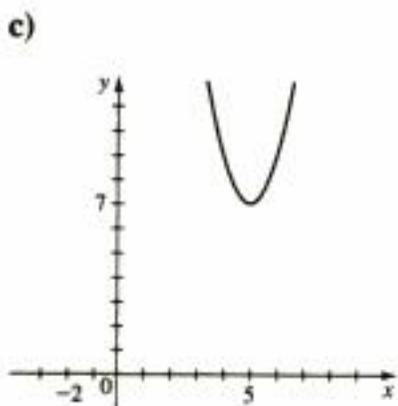
9. a) $f(x) = (x + 2)^2 - 1$
 b) Vértice $(-2, -1)$
 intersección con x en $-1, -3$
 intersección con y en 3



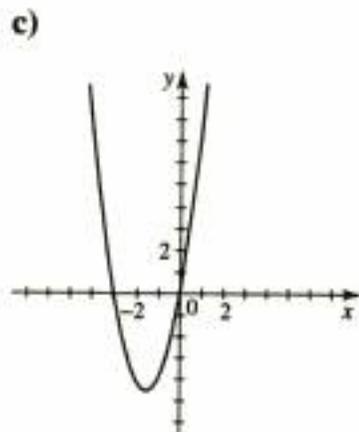
13. a) $f(x) = 2(x + 1)^2 + 1$ b) Vértice $(-1, 1)$;
 no corta a x ; intersección con y en 3



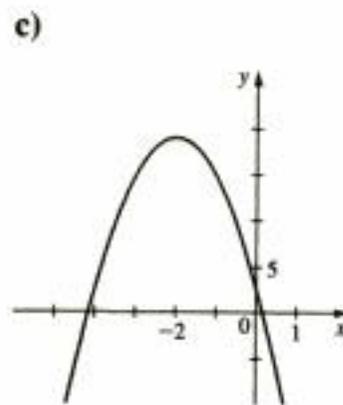
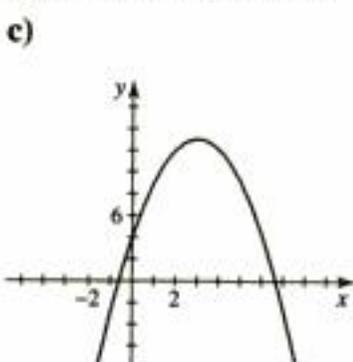
15. a) $f(x) = 2(x - 5)^2 + 7$ b) Vértice $(5, 7)$;
 no corta a x ; intersección con y en 57



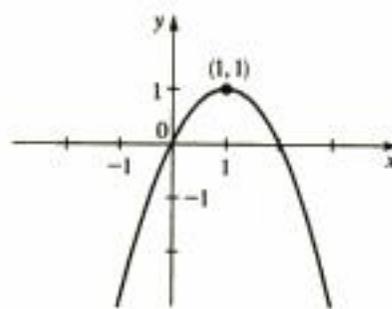
17. a) $f(x) = -4(x + 2)^2 + 19$ b) Vértice $(-2, 19)$;
 intersección con x en $-2 \pm \frac{1}{2}\sqrt{19}$; intersección con y en 3



11. a) $f(x) = -(x - 3)^2 + 13$
 b) Vértice $(3, 13)$;
 intersección con x en $3 \pm \sqrt{13}$;
 intersección con y en 4

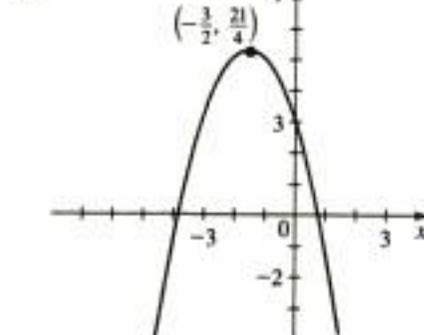


19. a) $f(x) = -(x - 1)^2 + 1$ b) Vértice $(1, 1)$;
 intersección con x en $0, 2$;
 intersección con y en 5



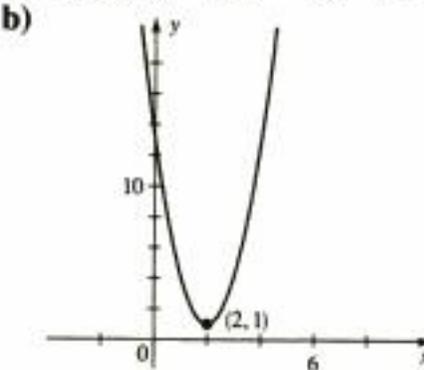
c) Máximo $f(1) = 1$

23. a) $f(x) = -(x + \frac{3}{2})^2 + \frac{21}{4}$



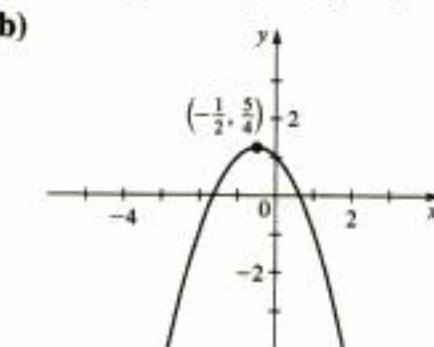
c) Máximo $f(-\frac{3}{2}) = \frac{21}{4}$

25. a) $g(x) = 3(x - 2)^2 + 1$



c) Mínimo $g(2) = 1$

27. a) $h(x) = -(x + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$



c) Máximo $h(-\frac{1}{2}) = \frac{5}{4}$

$$(f \circ f)(x) = \frac{x}{2x + 1}, x \neq -1, x \neq -\frac{1}{2};$$

$$(g \circ g)(x) = 4x - 3, (-\infty, \infty)$$

$$39. (f \circ g)(x) = \sqrt[3]{2x}, [0, \infty); (g \circ f)(x) = \sqrt[3]{2x}, [0, \infty);$$

$$(f \circ f)(x) = \sqrt[9]{x}, (-\infty, \infty); (g \circ g)(x) = \sqrt[12]{x}, [0, \infty)$$

$$41. (f \circ g \circ h)(x) = \sqrt{x - 1} - 1$$

$$43. (f \circ g \circ h)(x) = (\sqrt{x} - 5)^4 + 1$$

$$45. g(x) = x - 9, f(x) = x^5$$

$$47. g(x) = x^2, f(x) = x/(x + 4)$$

$$49. g(x) = 1 - x^3, f(x) = |x|$$

$$51. h(x) = x^2, g(x) = x + 1, f(x) = 1/x$$

$$53. h(x) = \sqrt[3]{x}, g(x) = 4 + x, f(x) = x^9$$

$$55. R(x) = 0.15x - 0.000002x^2 \quad 57. \text{ a) } g(t) = 60t$$

$$\text{b) } f(r) = \pi r^2 \quad \text{c) } (f \circ g)(t) = 3600\pi t^2$$

$$59. A(t) = 16\pi t^2 \quad 61. \text{ a) } f(x) = 0.9x \quad \text{b) } g(x) = x - 100$$

$$\text{c) } f \circ g(x) = 0.9x - 90, g \circ f(x) = 0.9x - 100, f \circ g:$$

primero rebaja, luego descuento, $g \circ f$: primero descuento, luego rebaja, $g \circ f$ es la mejor opción

Sección 2.8 ■ página 230

1. No 3. Sí 5. No 7. Sí 9. Sí 11. No 13. No

15. No 17. a) 2 b) 3 19. 1

$$31. f^{-1}(x) = \frac{1}{2}(x - 1) \quad 33. f^{-1}(x) = \frac{1}{4}(x - 7)$$

$$35. f^{-1}(x) = 2x \quad 37. f^{-1}(x) = (1/x) - 2$$

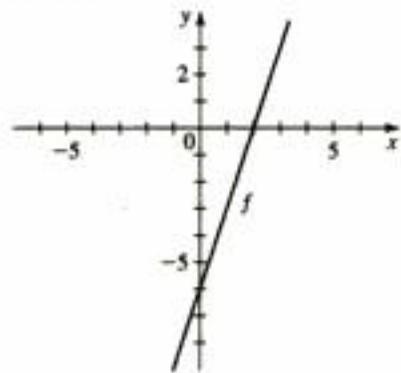
$$39. f^{-1}(x) = (5x - 1)/(2x + 3)$$

$$41. f^{-1}(x) = \frac{1}{5}(x^2 - 2), x \geq 0$$

$$43. f^{-1}(x) = \sqrt{4 - x}, x \leq 4 \quad 45. f^{-1}(x) = (x - 4)^3$$

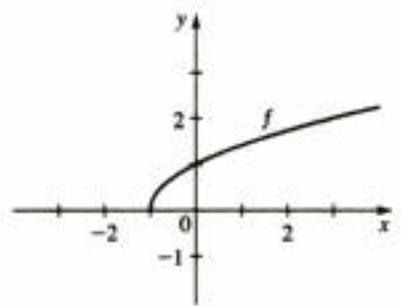
$$47. f^{-1}(x) = x^2 - 2x, x \geq 1 \quad 49. f^{-1}(x) = \sqrt[4]{x}$$

51. a)



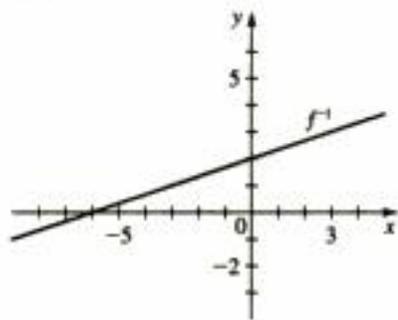
$$\text{c) } f^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x + 6)$$

53. a)

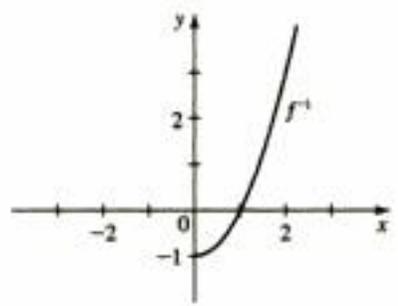


$$\text{c) } f^{-1}(x) = x^2 - 1, x \geq 0$$

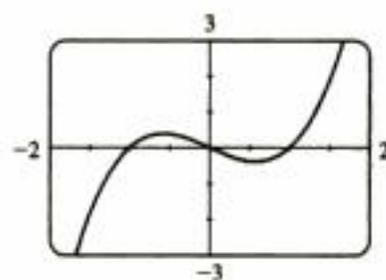
b)



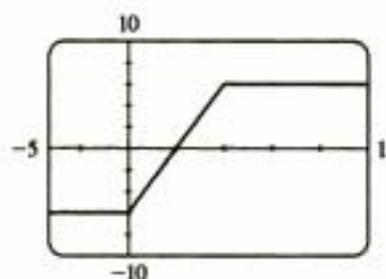
b)



55. No es uno a uno

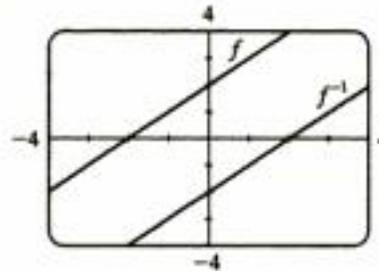


59. No es uno a uno



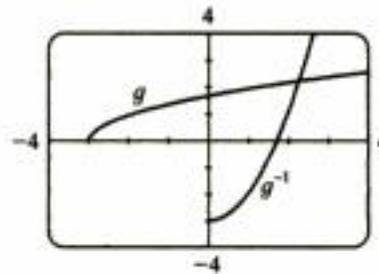
61. a) $f^{-1}(x) = x - 2$

b)



63. a) $g^{-1}(x) = x^2 - 3, x \geq 0$

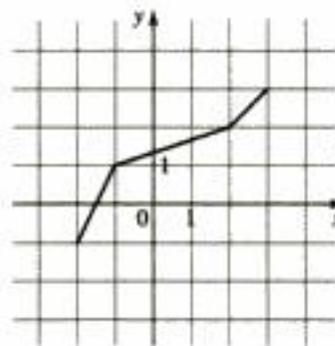
b)



65. $x \geq 0, f^{-1}(x) = \sqrt{4 - x}$

67. $x \geq -2, h^{-1}(x) = \sqrt{x} - 2$

69.



71. a) $f(x) = 500 + 80x$ b) $f^{-1}(x) = \frac{1}{80}(x - 500)$, la cantidad de horas laboradas en función de la tarifa
c) 9; si él carga 1220 dólares, trabaja 9 h

73. a) $v^{-1}(t) = \sqrt{0.25 - \frac{t}{18500}}$ b) 0.498; a una distancia de 0.498 desde el eje central, la velocidad es 30

75. a) $F^{-1}(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$; la temperatura Celsius cuando la temperatura Fahrenheit es x

b) $F^{-1}(86) = 30$; cuando la temperatura es 86°F , es de 30°C

c) $(fg)(x) = -3x^3 + 13x^2 - 18x + 8$

d) $(f/g)(x) = (x^2 - 3x + 2)/(4 - 3x)$

e) $(f \circ g)(x) = 9x^2 - 15x + 6$

f) $(g \circ f)(x) = -3x^2 + 9x - 2$

65. $(f \circ g)(x) = -3x^2 + 6x - 1, (-\infty, \infty);$

$(g \circ f)(x) = -9x^2 + 12x - 3, (-\infty, \infty); (f \circ f)(x) = 9x - 4,$

$(-\infty, \infty); (g \circ g)(x) = -x^4 + 4x^3 - 6x^2 + 4x, (-\infty, \infty)$

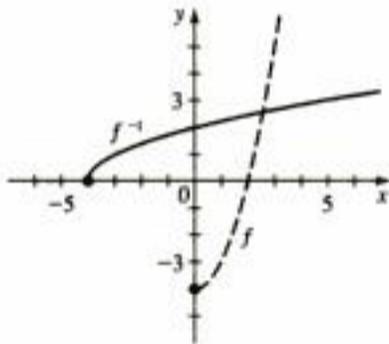
67. $(f \circ g \circ h)(x) = 1 + \sqrt{x}$

69. Sí 71. No 73. No

75. $f^{-1}(x) = \frac{x+2}{3}$

77. $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x} - 1$

79. a), b)



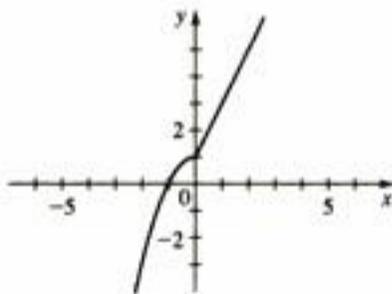
c) $f^{-1}(x) = \sqrt{x+4}$

Capítulo 2 Evaluación ■ página 237

1. a) y b) son gráficas de funciones, a) es uno a uno 3. 5

5. a) Desplácese a la derecha 3 unidades, luego hacia arriba 2 unidades b) Refleje en el eje y

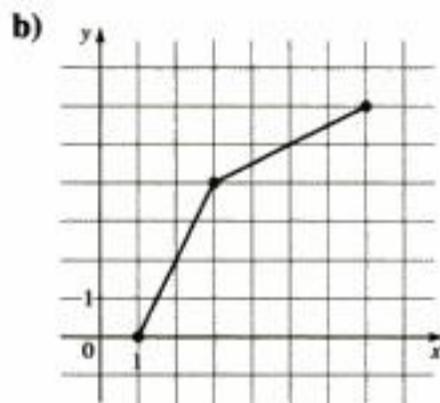
7. a) -3, 3 b)



9. a) $(f \circ g)(x) = (x - 3)^2 + 1$ b) $(g \circ f)(x) = x^2 - 2$

c) 2 d) 2 e) $(g \circ g \circ g)(x) = x - 9$

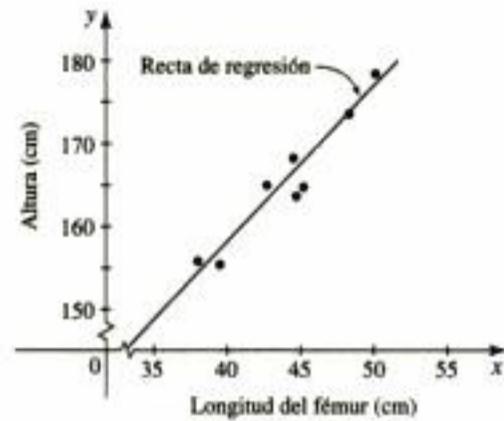
11. a) Dominio $[0, 6]$, rango $[1, 7]$



c) $\frac{5}{4}$

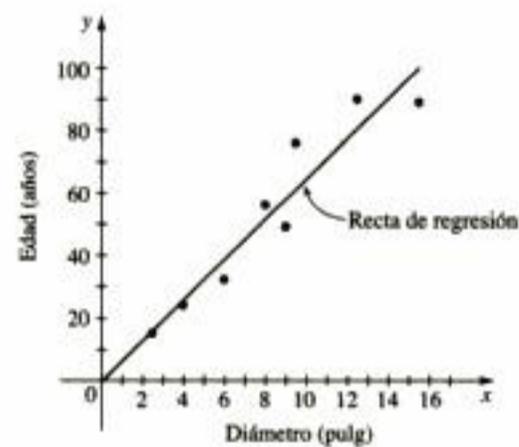
Enfoque en el modelado ■ página 243

1. a)



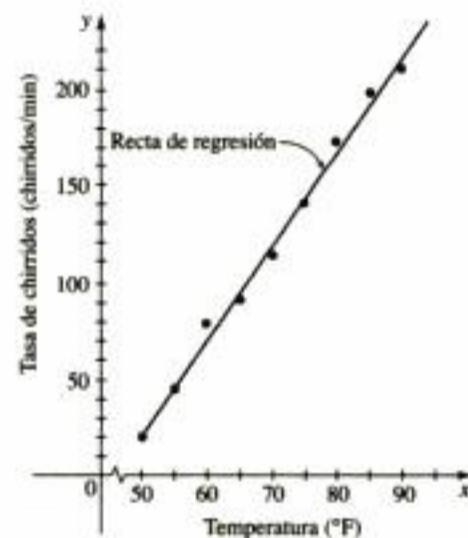
b) $y = 1.8807x + 82.65$ c) 191.7 cm

3. a)



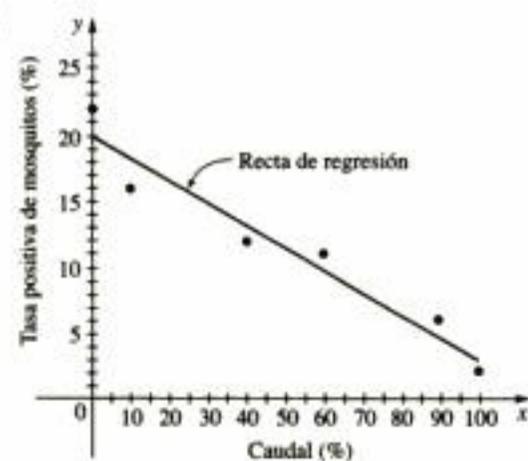
b) $y = 6.451x - 0.1523$ c) 116 años

5. a)



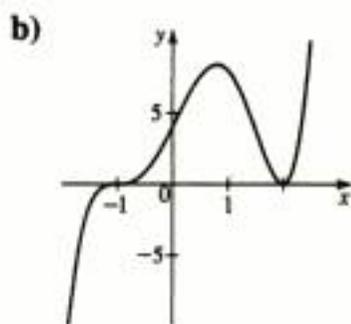
b) $y = 4.857x - 220.97$ c) 265 chirridos/min

7. a)



b) $y = -0.168x + 19.89$ c) 8.13%

57. a) -1, 2



59. 1 positivo, 2 o 0 negativos; 3 o 1 reales
 61. 1 positivo, 1 negativo; 2 reales
 63. 2 o 0 positivos, 0 negativo; 3 o 1 real (puesto que 0 es un cero, pero ni es positivo ni negativo) 69. 3, -2
 71. 3, -1 73. $-2, \frac{1}{2}, \pm 1$ 75. $\pm \frac{1}{2}, \pm \sqrt{5}$
 77. -2, 1, 3, 4 83. -2, 2, 3 85. $-\frac{3}{2}, -1, 1, 4$
 87. -1.28, 1.53 89. -1.50 93. 11.3 pies
 95. a) Empieza a nevar otra vez. b) No c) Justo antes de medianoche del sábado 97. 2.76 m 99. 88 pulg (o 3.21 pulg).

Sección 3.4 ■ página 289

1. Parte real 5, parte imaginaria -7 3. Parte real $-\frac{2}{3}$, parte imaginaria $-\frac{5}{3}$ 5. Parte real 3, parte imaginaria 0
 7. Parte real 0, parte imaginaria $-\frac{2}{3}$ 9. Parte real $\sqrt{3}$, parte imaginaria 2 11. $5 - i$ 13. $3 + 5i$ 15. $6 - i$
 17. $2 - 2i$ 19. $-19 + 4i$ 21. $-\frac{1}{4} + \frac{1}{2}i$
 23. $-4 + 8i$ 25. $30 + 10i$ 27. $-33 - 56i$ 29. $27 - 8i$
 31. $-i$ 33. $\frac{8}{3} + \frac{1}{3}i$ 35. $-5 + 12i$ 37. $-4 + 2i$
 39. $2 - \frac{4}{3}i$ 41. $-i$ 43. $-i$ 45. 1 47. $5i$ 49. -6
 51. $(3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5})i$ 53. 2 55. $-i\sqrt{2}$ 57. $\pm 3i$
 59. $2 \pm i$ 61. $-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 63. $\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i$ 65. $-\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 67. $\frac{-6 \pm \sqrt{6}i}{6}$ 69. $1 \pm 3i$

Sección 3.5 ■ página 298

1. a) 0, $\pm 2i$ b) $x^2(x - 2i)(x + 2i)$
 3. a) 0, $1 \pm i$ b) $x(x - 1 - i)(x - 1 + i)$
 5. a) $\pm i$ b) $(x - i)^2(x + i)^2$
 7. a) $\pm 2, \pm 2i$ b) $(x - 2)(x + 2)(x - 2i)(x + 2i)$
 9. a) $-2, 1 \pm i\sqrt{3}$
 b) $(x + 2)(x - 1 - i\sqrt{3})(x - 1 + i\sqrt{3})$
 11. a) $\pm 1, \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i\sqrt{3}, -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}i\sqrt{3}$
 b) $(x - 1)(x + 1)(x - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3})(x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}) \times (x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3})(x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3})$

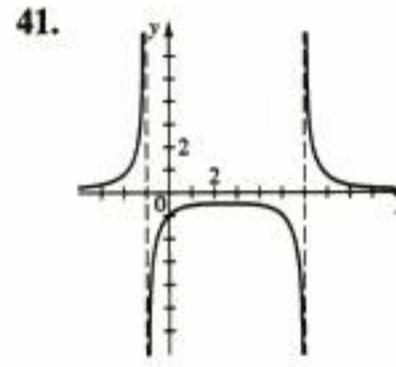
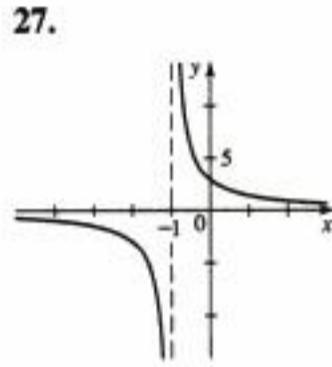
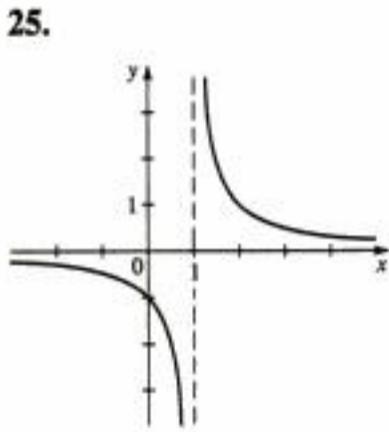
En las respuestas 13 a 30, la forma factorizada se anota primero, luego se proporciona un listado de los ceros y la multiplicidad de cada uno entre paréntesis

13. $(x - 5i)(x + 5i); \pm 5i(1)$
 15. $[x - (-1 + i)][x - (-1 - i)]; -1 + i(1), -1 - i(1)$

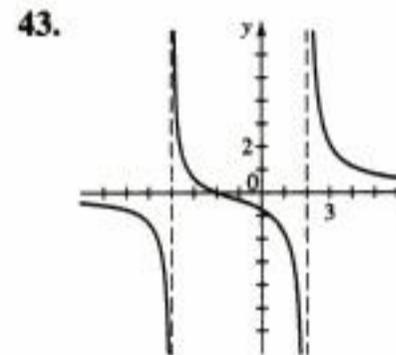
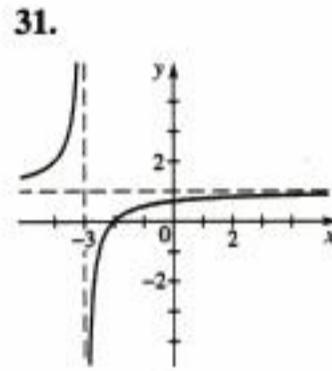
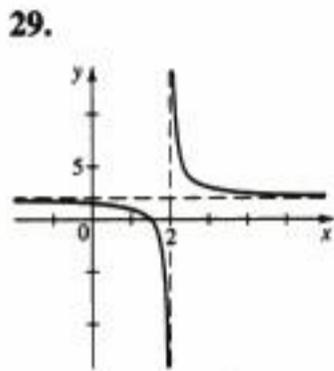
17. $x(x - 2i)(x + 2i); 0(1), 2i(1), -2i(1)$
 19. $(x - 1)(x + 1)(x - i)(x + i); 1(1), -1(1), i(1), -i(1)$
 21. $16(x - \frac{3}{2})(x + \frac{3}{2})(x - \frac{3}{2}i)(x + \frac{3}{2}i); \frac{3}{2}(1), -\frac{3}{2}(1), \frac{3}{2}i(1), -\frac{3}{2}i(1)$
 23. $(x + 1)(x - 3i)(x + 3i); -1(1), 3i(1), -3i(1)$
 25. $(x - i)^2(x + i)^2; i(2), -i(2)$
 27. $(x - 1)(x + 1)(x - 2i)(x + 2i); 1(1), -1(1), 2i(1), -2i(1)$
 29. $x(x - i\sqrt{3})^2(x + i\sqrt{3})^2; 0(1), i\sqrt{3}(2), -i\sqrt{3}(2)$
 31. $P(x) = x^2 - 2x + 2$ 33. $Q(x) = x^3 - 3x^2 + 4x - 12$
 35. $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$
 37. $R(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 5$
 39. $T(x) = 6x^4 - 12x^3 + 18x^2 - 12x + 12$
 41. -2, $\pm 2i$ 43. $1, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ 45. $2, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$
 47. $-\frac{3}{2}, -1 \pm i\sqrt{2}$ 49. -2, 1, $\pm 3i$
 51. $1, \pm 2i, \pm i\sqrt{3}$ 53. 3 (multiplicidad 2), $\pm 2i$
 55. $-\frac{1}{2}$ (multiplicidad 2), $\pm i$ 57. 1 (multiplicidad 3), $\pm 3i$
 59. a) $(x - 5)(x^2 + 4)$ b) $(x - 5)(x - 2i)(x + 2i)$
 61. a) $(x - 1)(x + 1)(x^2 + 9)$
 b) $(x - 1)(x + 1)(x - 3i)(x + 3i)$
 63. a) $(x - 2)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)(x^2 + 2x + 4)$
 b) $(x - 2)(x + 2)[x - (1 + i\sqrt{3})][x - (1 - i\sqrt{3})] \times [x + (1 + i\sqrt{3})][x + (1 - i\sqrt{3})]$
 65. a) 4 real b) 2 real, 2 imaginario c) 4 imaginario

Sección 3.6 ■ página 312

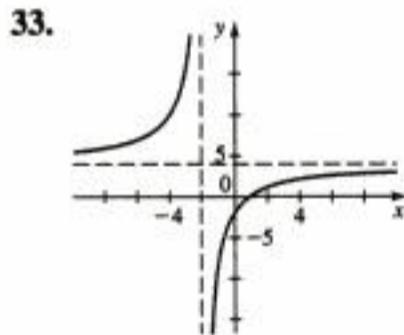
1. a) -3, -19, -199, -1999; 5, 21, 201, 2001; 1.2500, 1.0417, 1.0204, 1.0020; 0.8333, 0.9615, 0.9804, 0.9980
 b) $r(x) \rightarrow -\infty$ cuando $x \rightarrow 2^-$; $r(x) \rightarrow \infty$ cuando $x \rightarrow 2^+$
 c) Asíntota horizontal $y = 1$
 3. a) -22, -430, -40 300, -4 003 000; -10, -370, -39 700, -3 997 000; 0.3125, 0.0608, 0.0302, 0.0030; -0.2778, -0.0592, -0.0298, -0.0030
 b) $r(x) \rightarrow -\infty$ cuando $x \rightarrow 2^-$; $r(x) \rightarrow -\infty$ cuando $x \rightarrow 2^+$
 c) Asíntota horizontal $y = 0$
 5. Corta a x en 1, corta a y en $-\frac{1}{4}$
 7. intersección con x en -1, 2; intersección con y en $\frac{1}{3}$
 9. intersección con x en -3, 3; no hay corte en y
 11. intersección con x en 3, intersección con y en 3, vertical $x = 2$; horizontal $y = 2$
 13. corta a x en -1, 1; intersección con y en $\frac{1}{4}$; vertical $x = -2$, $x = 2$; horizontal $y = 1$
 15. Vertical $x = -2$; horizontal $y = 0$
 17. Vertical $x = 3, x = -2$; horizontal $y = 1$
 19. Horizontal $y = 0$
 21. Vertical $x = -6, x = 1$; horizontal $y = 0$
 23. Vertical $x = 1$



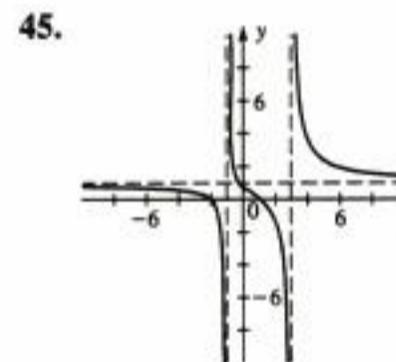
intersección con y en -1
 vertical $x = -1, x = 6$
 horizontal $y = 0$



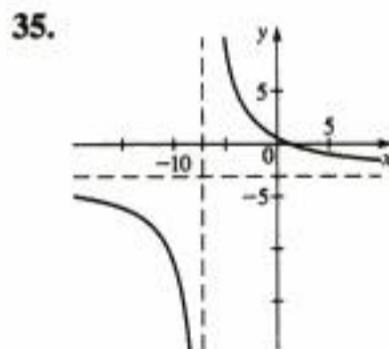
intersección con x en -2
 intersección con y en $-\frac{3}{4}$
 vertical $x = -4, x = 2$
 horizontal $y = 0$



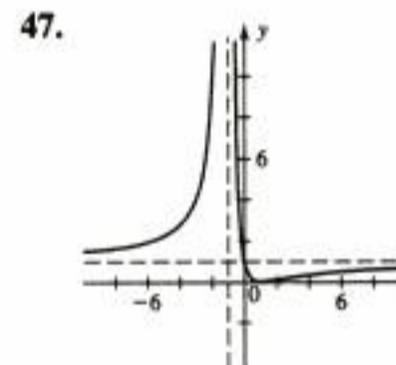
intersección con x en 1
 intersección con y en -2
 vertical $x = -2$
 horizontal $y = 4$



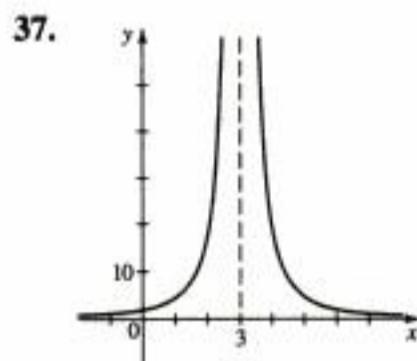
intersección con x en $-2, 1$
 intersección con y en $\frac{3}{2}$
 vertical $x = -1, x = 3$
 horizontal $y = 1$



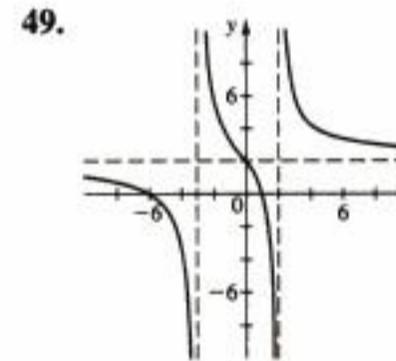
intersección con x en $\frac{4}{3}$
 intersección con y en $\frac{4}{3}$
 vertical $x = -7$
 horizontal $y = -3$



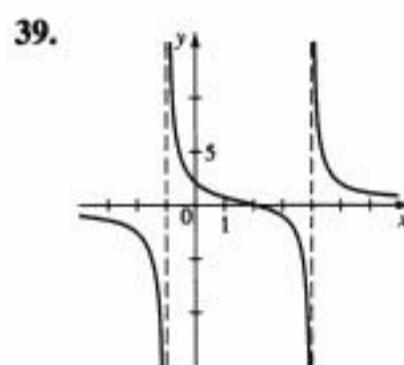
intersección con x en 1
 intersección con y en 1
 vertical $x = -1$
 horizontal $y = 1$



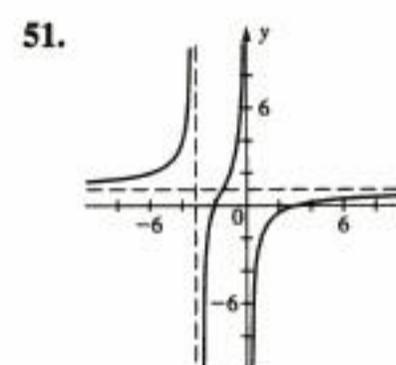
intersección con y en 2
 vertical $x = 3$
 horizontal $y = 0$



intersección con x en $-6, 1$
 intersección con y en 2
 vertical $x = -3, x = 2$
 horizontal $y = 2$

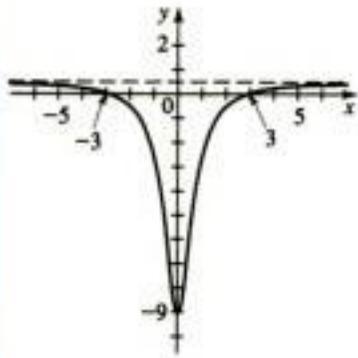


intersección con x en 2
 intersección con y en 2
 vertical $x = -1, x = 4$
 horizontal $y = 0$

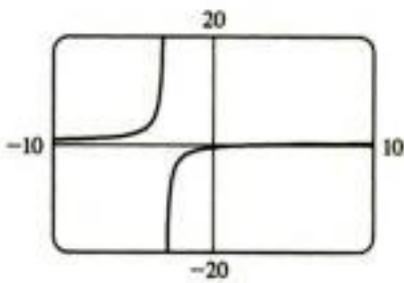


intersección con x en $-2, 3$
 vertical $x = -3, x = 0$
 horizontal $y = 1$

69.

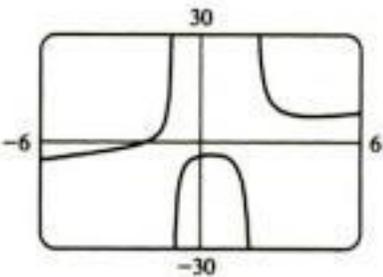


71.



intersección con x en 3
corta a y en -0.5
vertical $x = -3$
horizontal $y = 0.5$
no hay puntos extremos
locales

73.

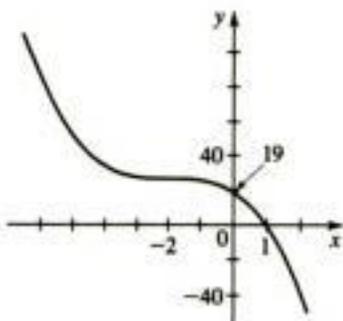


intersección con x en -2
corta a y en -4
vertical $x = -1, x = 2$
asíntota inclinada $y = x + 1$
máximo local
(0.425, -3.599)
mínimo local
(4.216, 7.175)

75. $(-2, -28), (1, 26), (2, 68), (5, 770)$

Capítulo 3 Evaluación ■ página 319

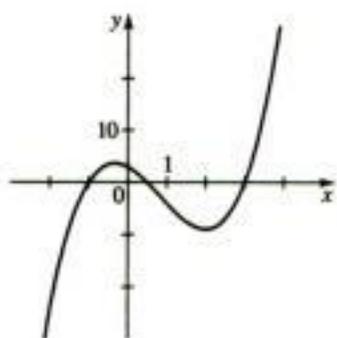
1.



3. a) $\pm 1, \pm 3, \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}$ b) $2(x - 3)(x - \frac{1}{2})(x + 1)$

c) $-1, \frac{1}{2}, 3$

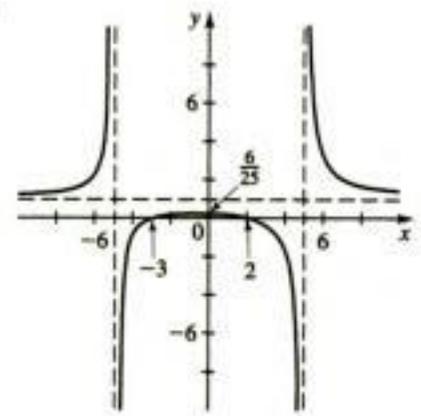
d)



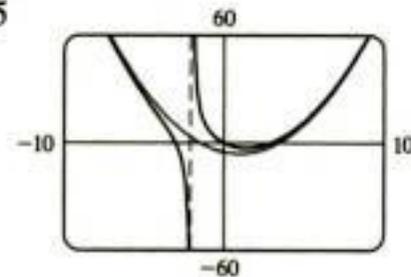
5. $3, -1 \pm i$

7. $x^4 + 2x^3 + 10x^2 + 18x + 9$

9. a) r, u b) s c) s d)



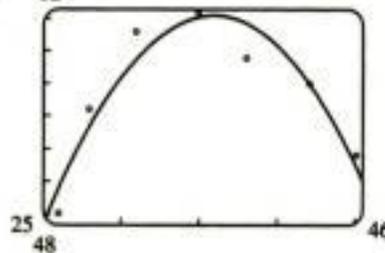
e) $x^2 - 2x - 5$



Enfoque en el modelado ■ página 323

1. a) $y = -0.275428x^2 + 19.7485x - 273.5523$

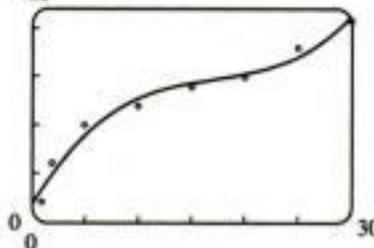
b)



c) 35.85 lb/pulg²

3. a) $y = 0.00203708x^3 - 0.104521x^2 + 1.966206x + 1.45576$

b)

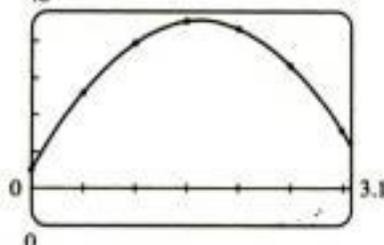


c) 43 verduras d) 2.0 s

5. a) Grado 2

b) $y = -16.0x^2 + 51.8429x + 4.20714$

c)



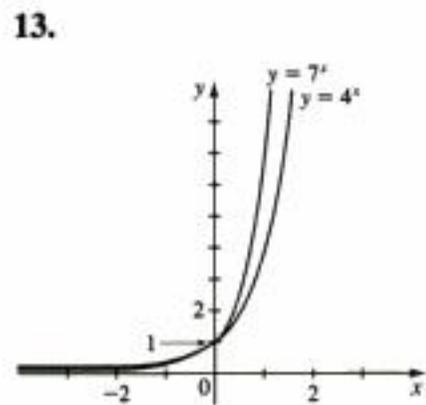
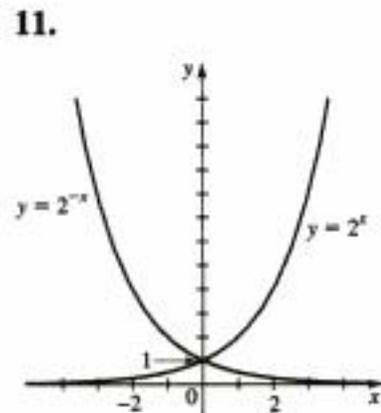
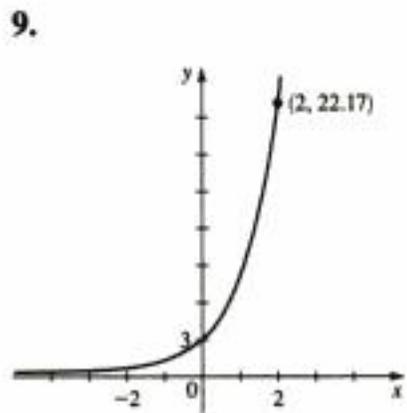
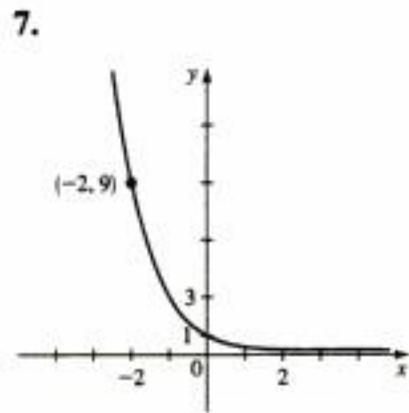
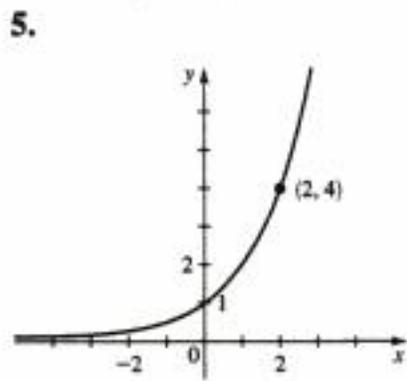
c) 0.3 s y 2.9 s d) 46.2 pies

Capítulo 4

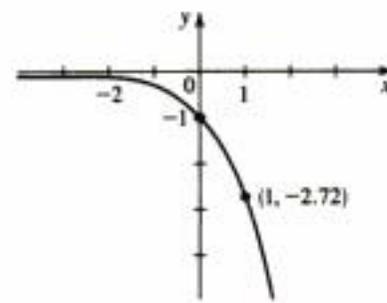
Sección 4.1 ■ página 336

1. 2.000, 7.103, 77.880, 1.587

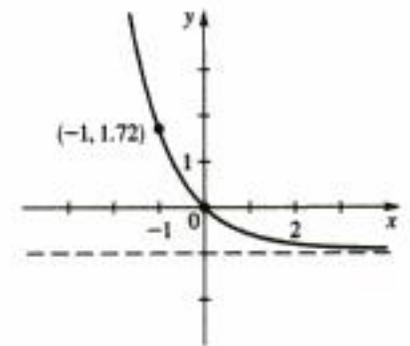
3. 0.885, 0.606, 0.117, 1.837



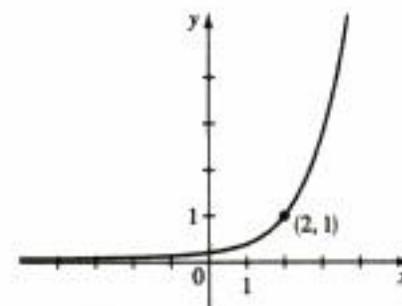
33. $\mathbb{R}, (-\infty, 0), y = 0$



35. $\mathbb{R}, (-1, \infty), y = -1$

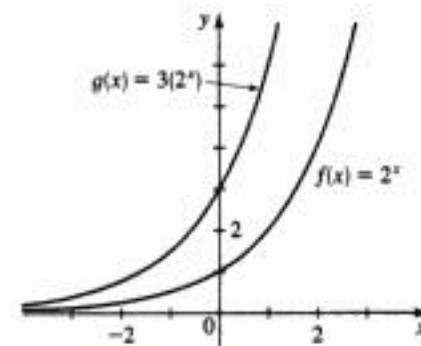


37. $\mathbb{R}, (0, \infty), y = 0$

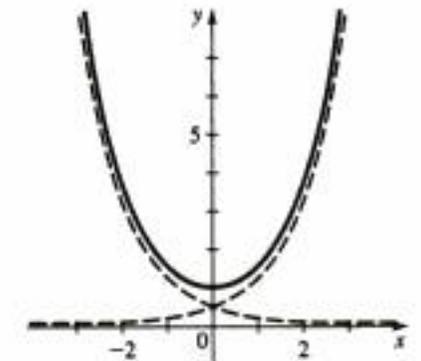


39. $y = 3(2^x)$

41. a)

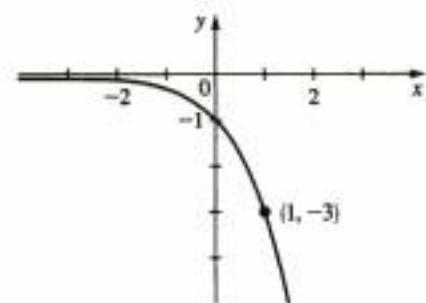


45.

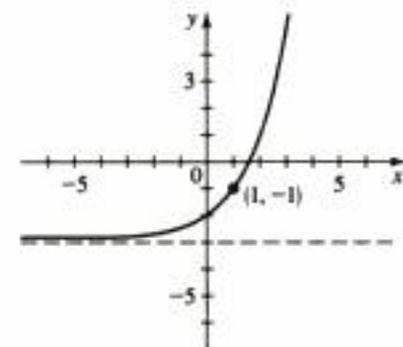


15. $f(x) = 3^x$ 17. $f(x) = (\frac{1}{4})^x$ 19. III 21. I 23. II

25. $\mathbb{R}, (-\infty, 0), y = 0$

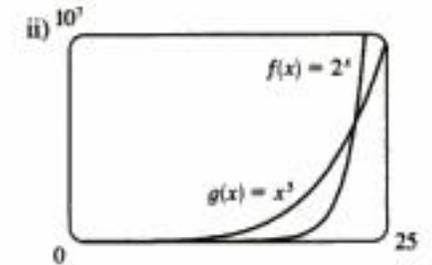
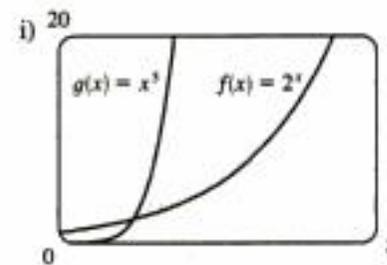


27. $\mathbb{R}, (-3, \infty), y = -3$

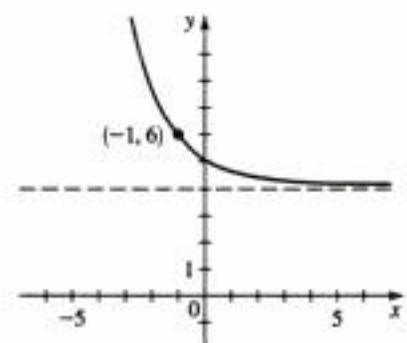


b) La gráfica de g tiene mayor pendiente que la de f .

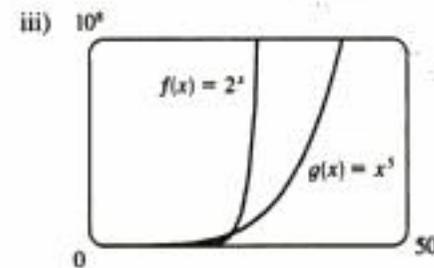
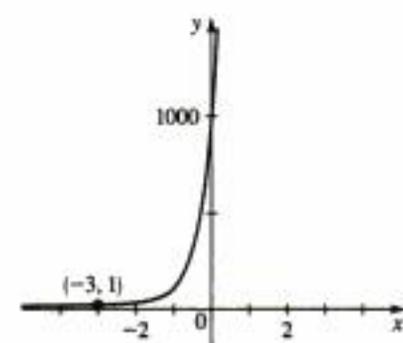
51. a)



29. $\mathbb{R}, (4, \infty), y = 4$



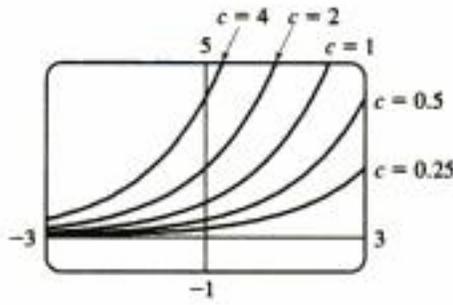
31. $\mathbb{R}, (0, \infty), y = 0$



La gráfica de f se incrementa en última instancia mucho más rápido que g .

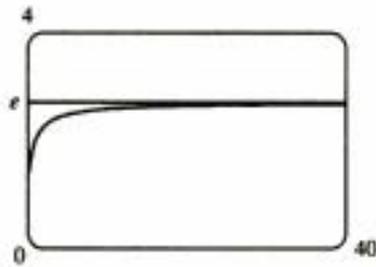
b) 1.2, 22.4

53.

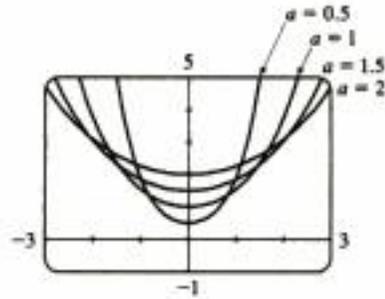


A medida que el valor de c es mayor, con mayor rapidez se incrementa la gráfica.

55.

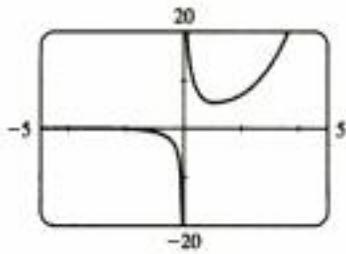


57. a)



b) Entre más grande es el valor de a , más ancha es la gráfica.

59.



asíntota vertical $x = 0$
asíntota horizontal $y = 0$, sólo lado izquierdo

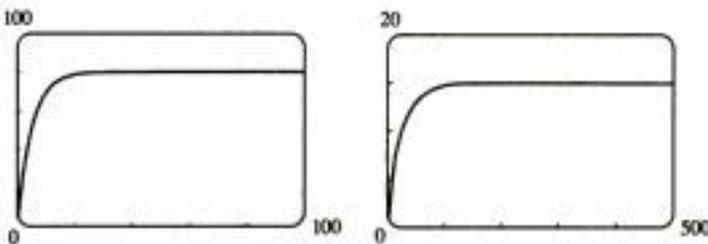
61. Mínimo local $\approx (0.27, 1.75)$

63. a) Creciente en $(-\infty, 1.00]$, decreciente en $[1.00, \infty)$

b) $(-\infty, 0.37]$ 65. a) 13 kg b) 6.6 kg

67. a) 0 b) 50.6 pies/s, 69.2 pies/s

c)



d) 80 pies/s

d) 15 lb; sí

69. a) 100 b) 482, 999, 1168 c) 1200

71. 1.6 pies

73. \$5203.71, \$5415.71, \$5636.36, \$5865.99, \$6104.98, \$6353.71

75. a) \$16 288.95 b) \$26 532.98 c) \$43 219.42

77. a) \$4615.87 b) \$4658.91 c) \$4697.04

d) \$4703.11 e) \$4704.68 f) \$4704.93

g) \$4704.94 79. i) 81. a) \$7678.96 b) \$67 121.04

Sección 4.2 ■ página 349

1. Forma logarítmica Forma exponencial

$\log_8 8 = 1$

$8^1 = 8$

$\log_8 64 = 2$

$8^2 = 64$

$\log_8 4 = \frac{2}{3}$

$8^{2/3} = 4$

$\log_8 512 = 3$

$8^3 = 512$

$\log_8 \frac{1}{8} = -1$

$8^{-1} = \frac{1}{8}$

$\log_8 \frac{1}{64} = -2$

$8^{-2} = \frac{1}{64}$

3. a) $5^2 = 25$ b) $5^0 = 1$ 5. a) $8^{1/3} = 2$ b) $2^{-3} = \frac{1}{8}$

7. a) $e^x = 5$ b) $e^5 = y$ 9. a) $\log_5 125 = 3$

b) $\log_{10} 0.0001 = -4$ 11. a) $\log_8 \frac{1}{8} = -1$ b) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$

13. a) $\ln 2 = x$ b) $\ln y = 3$ 15. a) 1 b) 0 c) 2

17. a) 2 b) 2 c) 10 19. a) -3 b) $\frac{1}{2}$ c) -1

21. a) 37 b) 8 c) $\sqrt{5}$ 23. a) $-\frac{2}{3}$ b) 4 c) -1

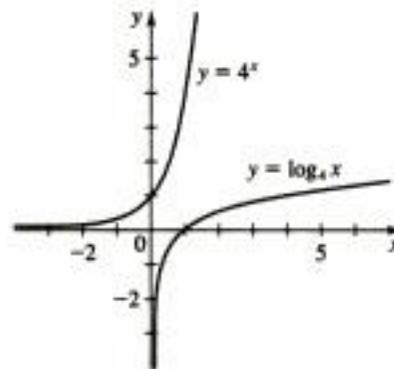
25. a) 32 b) 4 27. a) 5 b) 27 29. a) 100 b) 25

31. a) 2 b) 4 33. a) 0.3010 b) 1.5465 c) -0.1761

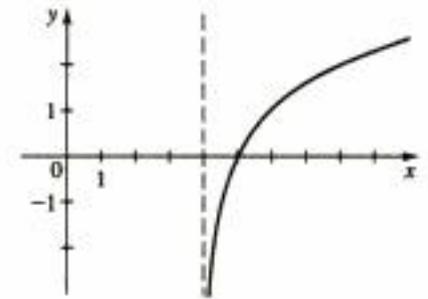
35. a) 1.6094 b) 3.2308 c) 1.0051 37. $y = \log_5 x$

39. $y = \log_9 x$ 41. II 43. III 45. VI

47.



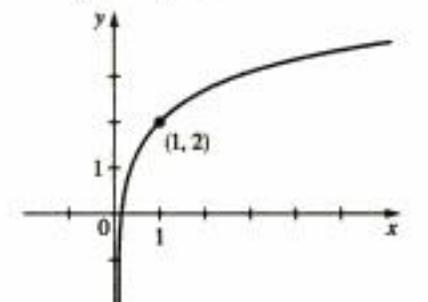
49. $(4, \infty), \mathbb{R}, x = 4$



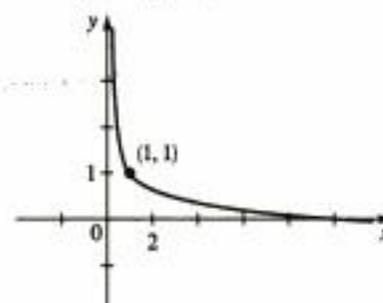
51. $(-\infty, 0), \mathbb{R}, x = 0$



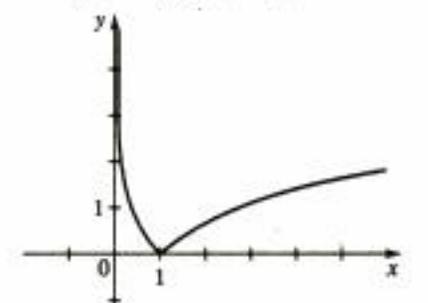
53. $(0, \infty), \mathbb{R}, x = 0$



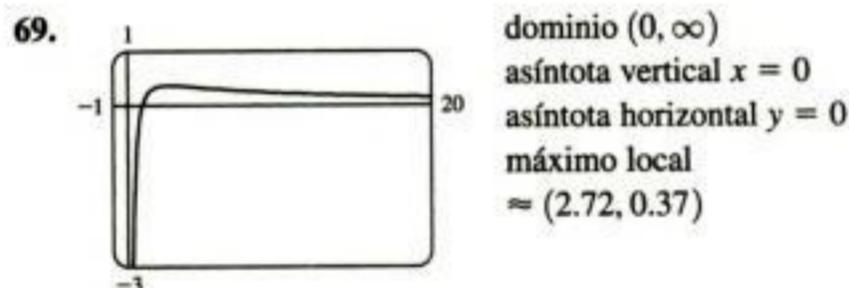
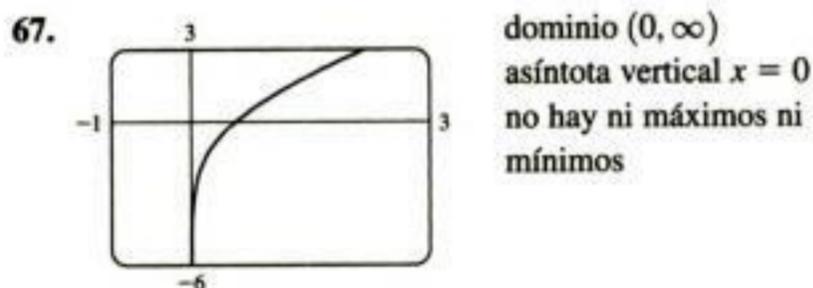
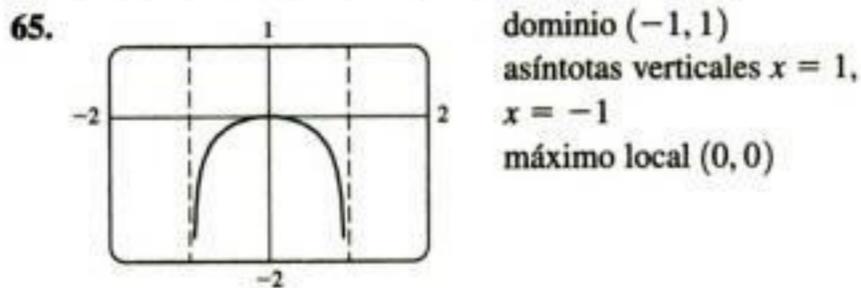
55. $(0, \infty), \mathbb{R}, x = 0$



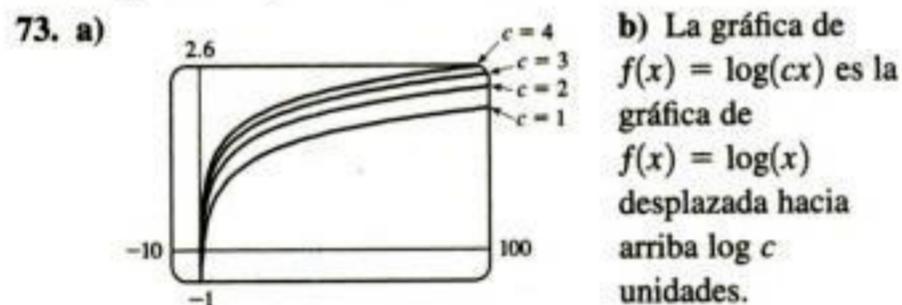
57. $(0, \infty), [0, \infty), x = 0$



59. $(-3, \infty)$ 61. $(-\infty, -1) \cup (1, \infty)$ 63. $(0, 2)$



71. La gráfica de f crece más lentamente que g

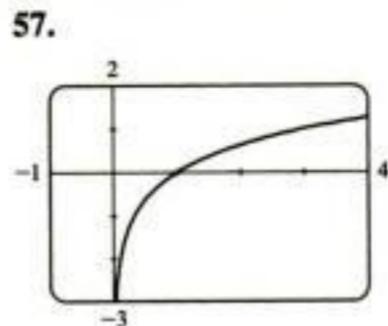


75. a) $(1, \infty)$ b) $f^{-1}(x) = 10^{2x}$

77. a) $f^{-1}(x) = \log_2\left(\frac{x}{1-x}\right)$ b) $(0, 1)$ 79. 2602 años

81. 11.5 años, 9.9 años, 8.7 años 83. 5.32, 4.32

51. 2.523719 53. 0.493008 55. 3.482892



63. a) $P = c/W^k$ b) 1866, 64

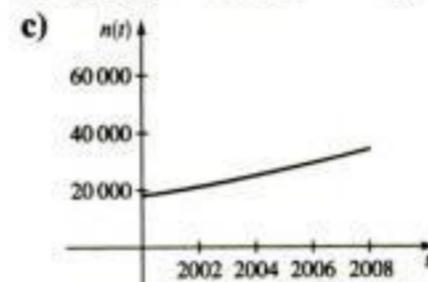
65. a) $M = -2.5 \log B + 2.5 \log B_0$

Sección 4.4 ■ página 366

1. 1.3979 3. -0.9730 5. -0.5850 7. 1.2040
9. 0.0767 11. 0.2524 13. 1.9349 15. -43.0677
17. 2.1492 19. 6.2126 21. -2.9469 23. -2.4423
25. 14.0055 27. ± 1 29. $0, \frac{4}{3}$ 31. $\ln 2 \approx 0.6931, 0$
33. $\frac{1}{2} \ln 3 \approx 0.5493$ 35. $e^{10} \approx 22026$ 37. 0.01 39. $\frac{95}{3}$
41. $3 - e^2 \approx -4.3891$ 43. 5 45. 5 47. $\frac{13}{12}$ 49. 6
51. $\frac{3}{2}$ 53. $1/\sqrt{5} \approx 0.4472$ 55. 2.21 57. 0.00, 1.14
59. -0.57 61. 0.36 63. $2 < x < 4$ o $7 < x < 9$
65. $\log 2 < x < \log 5$ 67. a) \$6435.09 b) 8.24 años
69. 6.33 años 71. 8.15 años 73. 8.30%
75. 13 días 77. a) 7337 b) 1.73 años
79. a) $P = P_0 e^{-kt}$ b) 56.47 kPa
81. a) $t = -\frac{5}{13} \ln(1 - \frac{13}{60}I)$ b) 0.218 s

Sección 4.5 ■ página 379

1. a) 500 b) 45% c) 1929 d) 6.66 h
3. a) $n(t) = 18000e^{0.08t}$ b) 34,137



5. a) $n(t) = 112000e^{0.04t}$ b) Alrededor de 142 000
c) 2008
7. a) 20 000 b) $n(t) = 20000e^{0.1096t}$
c) Alrededor de 48 000 d) 2010
9. a) $n(t) = 8600e^{0.1508t}$ b) Alrededor de 11 600
c) 4.6 h
11. a) 2029 b) 2049 13. 22.85 h
15. a) $n(t) = 10e^{-0.0231t}$ b) 1.6 g c) 70 años
17. 18 años 19. 149 h 21. 3560 años
23. a) 210°F b) 153°F c) 28 min
25. a) 137°F b) 116 min
27. a) 2.3 b) 3.5 c) 8.3
29. a) 10^{-3} M b) 3.2×10^{-7} M
31. $4.8 \leq \text{pH} \leq 6.4$ 33. $\log 20 \approx 1.3$

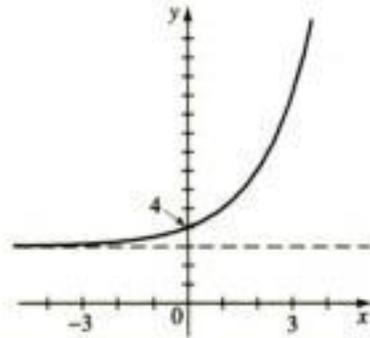
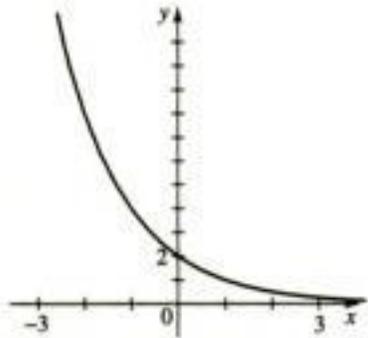
Sección 4.3 ■ página 356

1. $\frac{3}{2}$ 3. 2 5. 3 7. 3 9. 200 11. 4
13. $1 + \log_2 x$ 15. $\log_2 x + \log_2(x-1)$
17. $10 \log 6$ 19. $\log_2 A + 2 \log_2 B$
21. $\log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 y$ 23. $\frac{1}{3} \log_5(x^2 + 1)$
25. $\frac{1}{2}(\ln a + \ln b)$ 27. $3 \log x + 4 \log y - 6 \log z$
29. $\log_2 x + \log_2(x^2 + 1) - \frac{1}{2} \log_2(x^2 - 1)$
31. $\ln x + \frac{1}{2}(\ln y - \ln z)$ 33. $\frac{1}{4} \log(x^2 + y^2)$
35. $\frac{1}{2}[\log(x^2 + 4) - \log(x^2 + 1) - 2 \log(x^3 - 7)]$
37. $3 \ln x + \frac{1}{2} \ln(x-1) - \ln(3x+4)$ 39. $\log_3 160$
41. $\log_2(AB/C^2)$ 43. $\log\left(\frac{x^4(x-1)^2}{\sqrt{x^2+1}}\right)$ 45. $\ln(5x^2(x^2+5)^3)$
47. $\log\left(\sqrt[3]{2x+1} \sqrt{(x-4)/(x^4-x^2-1)}\right)$ 49. 2.321928

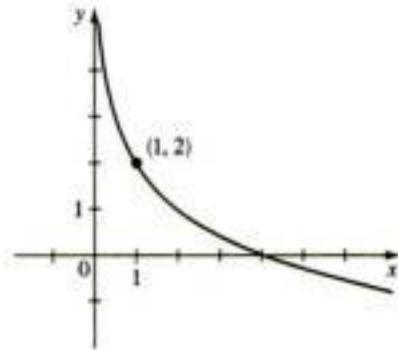
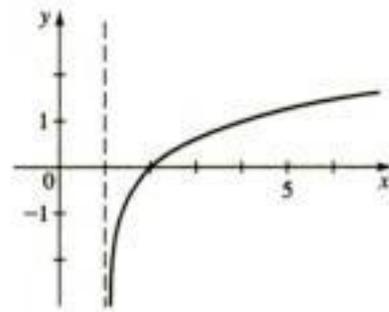
35. El doble de intenso 37. 8.2
 39. $6.3 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$ 41. b) 106 dB

Capítulo 4 Repaso ■ página 383

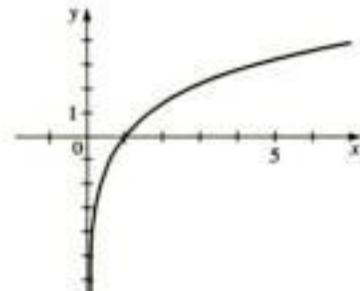
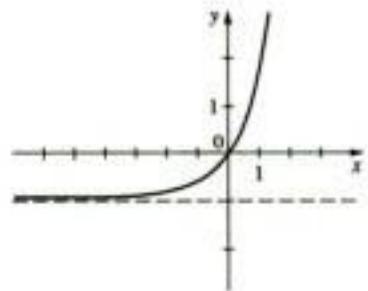
1. $\mathbb{R}, (0, \infty), y = 0$ 3. $\mathbb{R}, (3, \infty), y = 3$



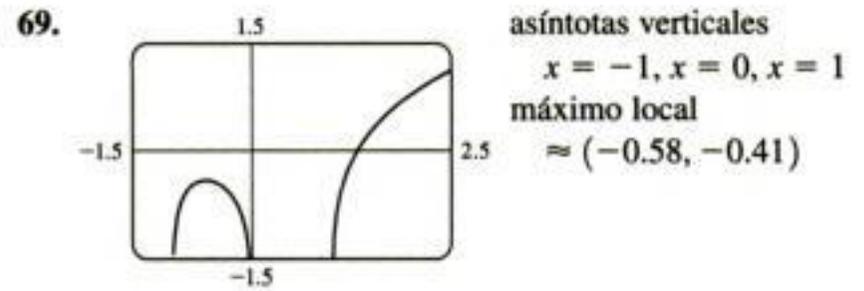
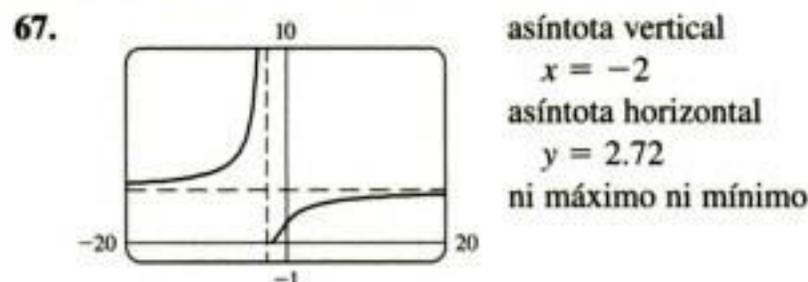
5. $(1, \infty), \mathbb{R}, x = 1$ 7. $(0, \infty), \mathbb{R}, x = 0$



9. $\mathbb{R}, (-1, \infty), y = -1$ 11. $(0, \infty), \mathbb{R}, x = 0$

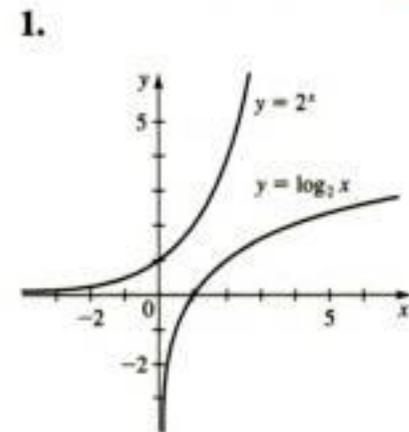


13. $(-\infty, \frac{1}{2})$ 15. $(-\infty, -2) \cup (2, \infty)$ 17. $2^{10} = 1024$
 19. $10^y = x$ 21. $\log_2 64 = 6$ 23. $\log 74 = x$
 25. 7 27. 45 29. 6 31. -3 33. $\frac{1}{2}$ 35. 2 37. 92
 39. $\frac{2}{3}$ 41. $\log A + 2 \log B + 3 \log C$
 43. $\frac{1}{2}[\ln(x^2 - 1) - \ln(x^2 + 1)]$
 45. $2 \log_5 x + \frac{3}{2} \log_5(1 - 5x) - \frac{1}{2} \log_5(x^3 - x)$
 47. $\log 96$ 49. $\log_2 \left(\frac{(x-y)^{3/2}}{(x^2+y^2)^2} \right)$ 51. $\log \left(\frac{x^2 - 4}{\sqrt{x^2 + 4}} \right)$
 53. -15 55. $\frac{1}{3}(5 - \log_5 26) \approx 0.99$ 57. $\frac{4}{3} \ln 10 \approx 3.07$
 59. 3 61. -4, 2 63. 0.430618 65. 2.303600

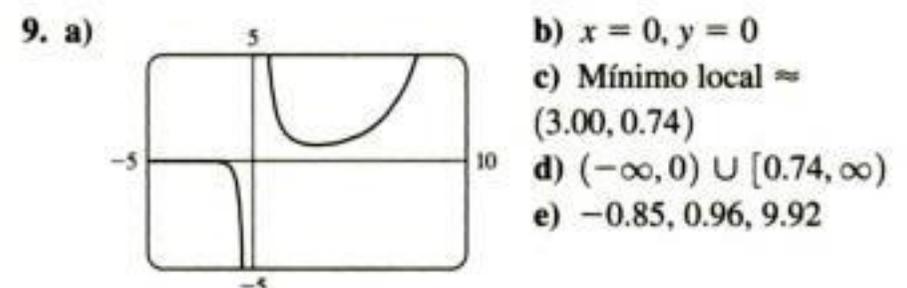
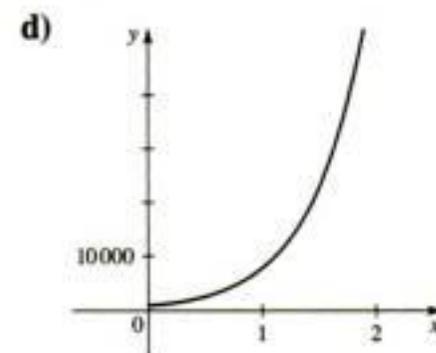


71. 2.42 73. $0.16 < x < 3.15$
 75. Creciente en $(-\infty, 0]$ y $[1.10, \infty)$, decreciente en $[0, 1.10]$
 77. 1.953445 79. $\log_4 258$
 81. a) \$16 081.15 b) \$16 178.18 c) \$16 197.64
 d) \$16 198.31
 83. a) $n(t) = 30e^{0.15t}$ b) 55 c) 19 años
 85. a) 9.97 mg b) 1.39×10^5 años
 87. a) $n(t) = 150e^{-0.0004359t}$ b) 97.0 mg c) 2520 años
 89. a) $n(t) = 1500e^{0.1515t}$ b) 7940
 91. 7.9, básica 93. 8.0

Capítulo 4 Evaluación ■ página 385

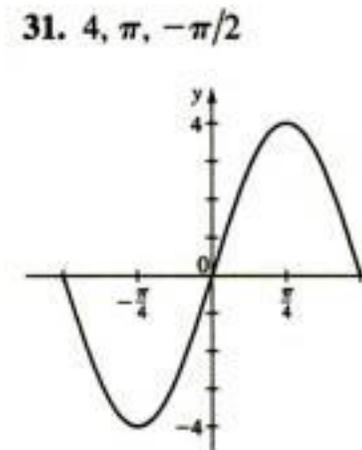
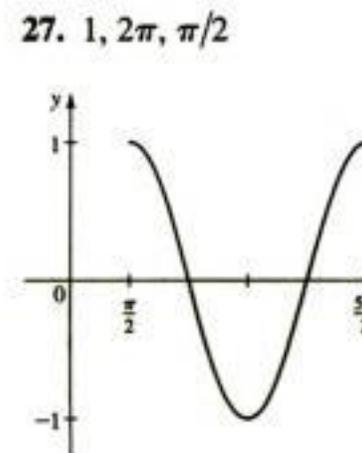
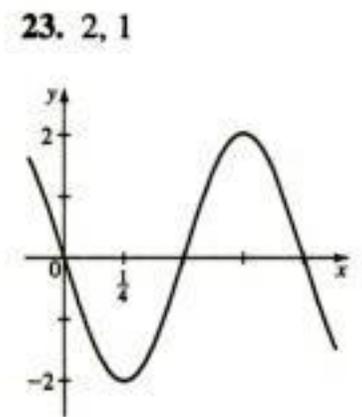
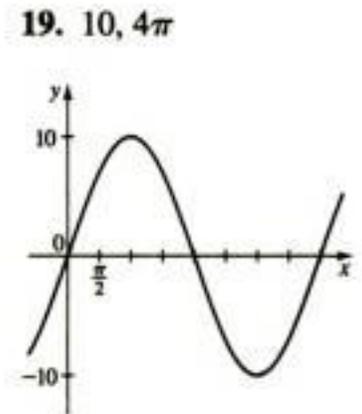
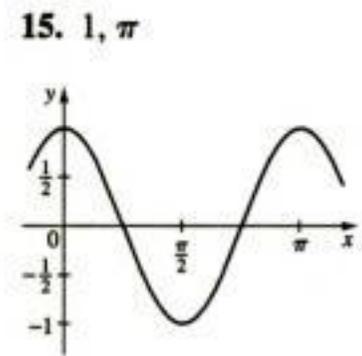
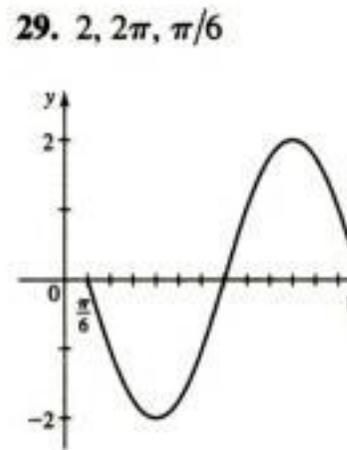
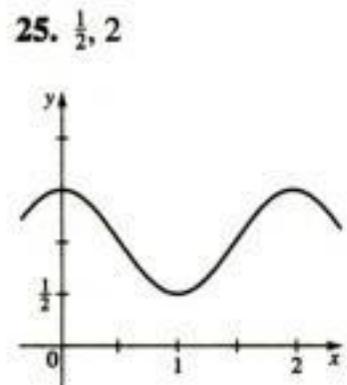
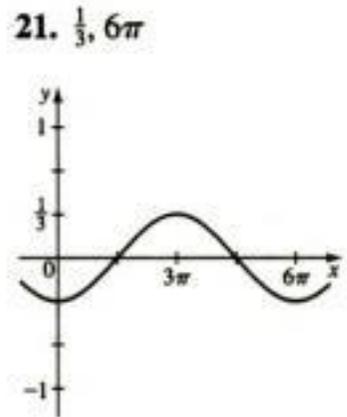
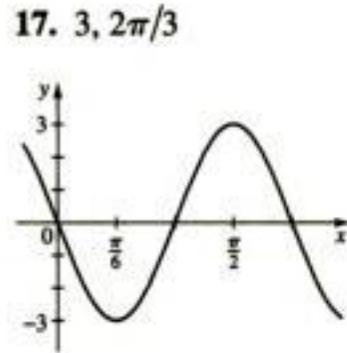
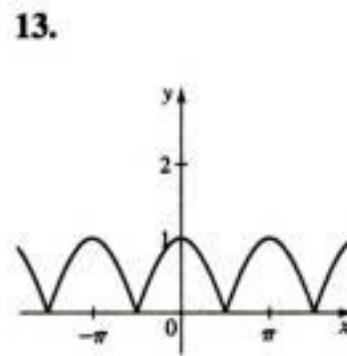
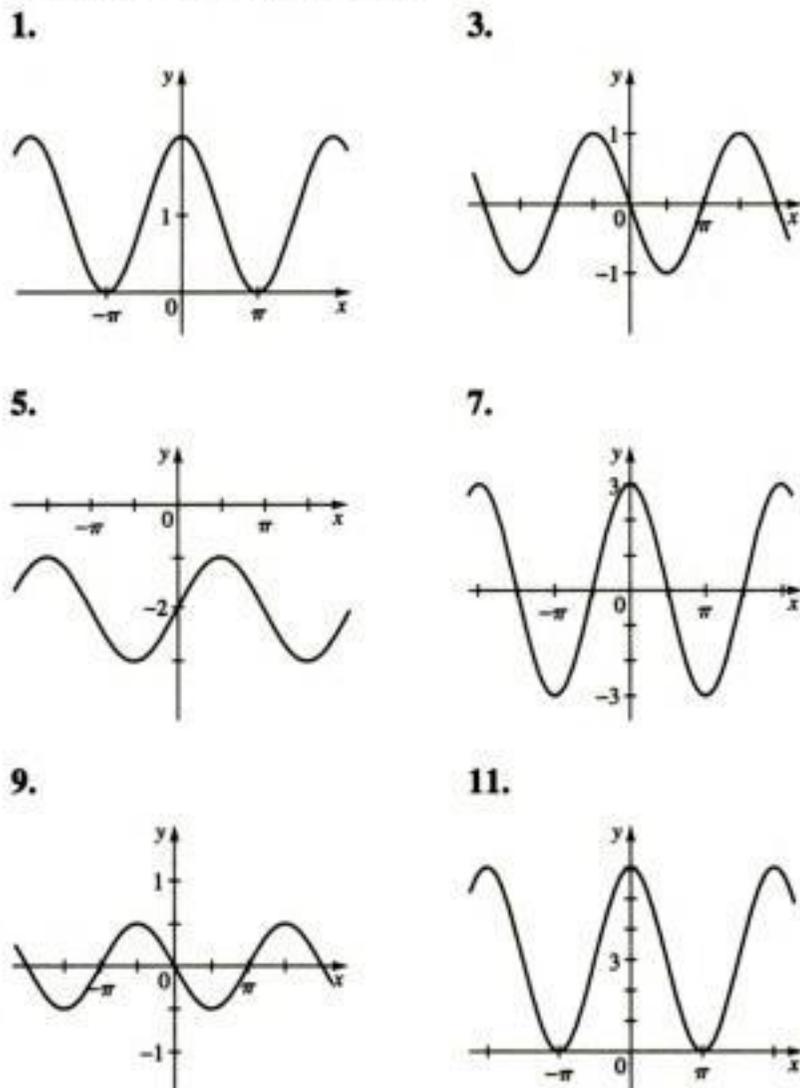


3. a) $\frac{3}{2}$ b) 3 c) $\frac{2}{3}$ d) 2
 5. $\ln \left(\frac{x\sqrt{3-x^4}}{(x^2+1)^2} \right)$
 7. a) $n(t) = 1000e^{2.07944t}$ b) 22 627 c) 1.3 h

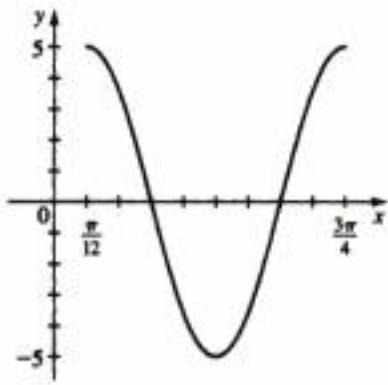


17. a) $\sqrt{2}/2$ b) $-\sqrt{2}$ c) -1
 19. a) -1 b) 1 c) -1 21. a) 0 b) 1 c) 0
 23. $\sin 0 = 0$, $\cos 0 = 1$, $\tan 0 = 0$, $\sec 0 = 1$,
 otras no están definidas
 25. $\sin \pi = 0$, $\cos \pi = -1$, $\tan \pi = 0$, $\sec \pi = -1$,
 otras no están definidas
 27. $\frac{4}{3}, \frac{3}{3}, \frac{4}{3}$ 29. $-\sqrt{11}/4, \sqrt{5}/4, -\sqrt{55}/5$
 31. $\sqrt{13}/7, -6/7, -\sqrt{13}/6$ 33. $-\frac{12}{13}, -\frac{5}{13}, \frac{12}{5}$
 35. $\frac{21}{29}, -\frac{20}{29}, -\frac{21}{20}$ 37. a) 0.8 b) 0.84147
 39. a) 0.9 b) 0.93204 41. a) 1 b) 1.02964
 43. a) -0.6 b) -0.57482 45. Negativo
 47. Negativo 49. II 51. II 53. $\sin t = \sqrt{1 - \cos^2 t}$
 55. $\tan t = (\sin t)/\sqrt{1 - \sin^2 t}$ 57. $\sec t = -\sqrt{1 + \tan^2 t}$
 59. $\tan t = \sqrt{\sec^2 t - 1}$ 61. $\tan^2 t = (\sin^2 t)/(1 - \sin^2 t)$
 63. $\cos t = -\frac{4}{5}$, $\tan t = -\frac{3}{4}$, $\csc t = \frac{5}{3}$, $\sec t = -\frac{5}{4}$, $\cot t = -\frac{4}{3}$
 65. $\sin t = -2\sqrt{2}/3$, $\cos t = \frac{1}{3}$, $\tan t = -2\sqrt{2}$,
 $\csc t = -\frac{3}{4}\sqrt{2}$, $\cot t = -\sqrt{2}/4$
 67. $\sin t = -\frac{3}{5}$, $\cos t = \frac{4}{5}$, $\csc t = -\frac{5}{3}$, $\sec t = \frac{5}{4}$, $\cot t = -\frac{4}{3}$
 69. $\cos t = -\sqrt{15}/4$, $\tan t = \sqrt{15}/15$, $\csc t = -4$,
 $\sec t = -4\sqrt{15}/15$, $\cot t = \sqrt{15}$
 71. Impar 73. Impar 75. Par 77. Ninguna de los dos
 79. $y(0) = 4$, $y(0.25) = -2.828$, $y(0.50) = 0$,
 $y(0.75) = 2.828$, $y(1.00) = -4$, $y(1.25) = 2.828$
 81. a) 0.49870 amp b) -0.17117 amp

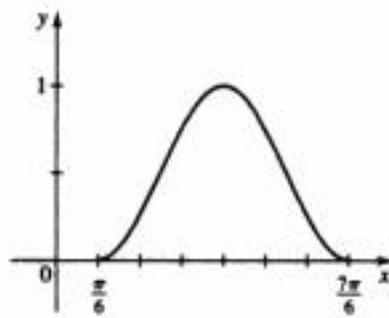
Sección 5.3 ■ página 429



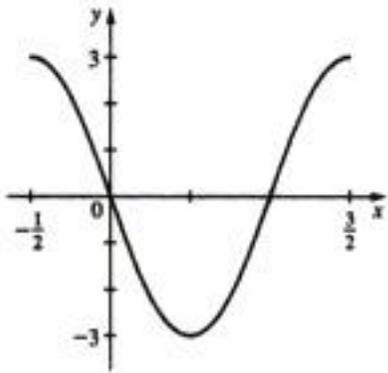
33. $5, 2\pi/3, \pi/12$



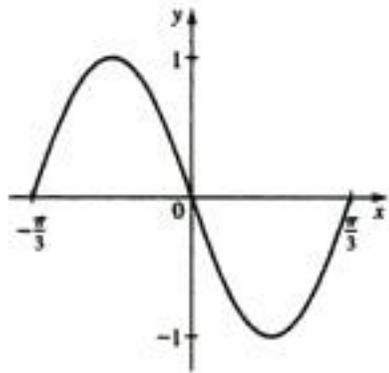
35. $\frac{1}{2}, \pi, \pi/6$



37. $3, 2, -\frac{1}{2}$



39. $1, 2\pi/3, -\pi/3$



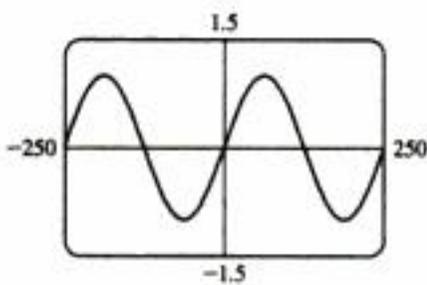
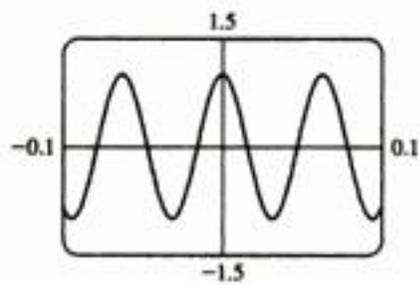
41. a) $4, 2\pi, 0$ b) $y = 4 \text{ sen } x$

43. a) $\frac{3}{2}, \frac{2\pi}{3}, 0$ b) $y = \frac{3}{2} \cos 3x$

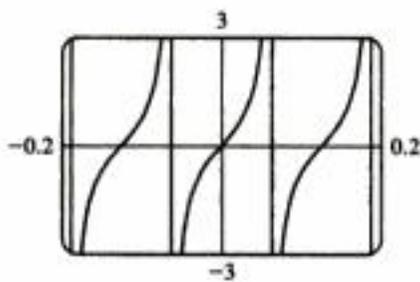
45. a) $\frac{1}{2}, \pi, -\frac{\pi}{3}$ b) $y = -\frac{1}{2} \cos 2(x + \pi/3)$

47. a) $4, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}$ b) $y = 4 \text{ sen } \frac{4\pi}{3}(x + \frac{1}{2})$

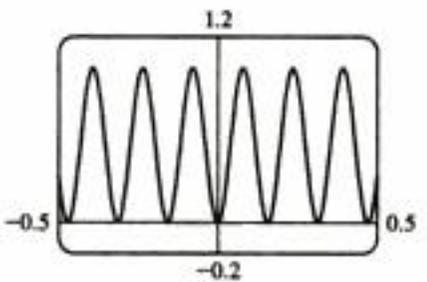
49. **51.**



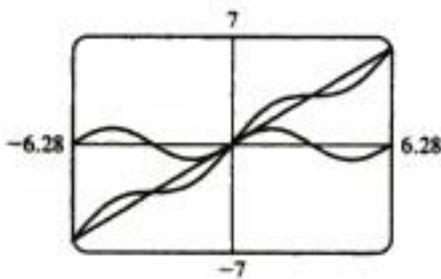
53.



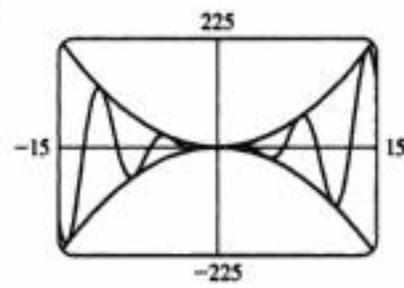
55.



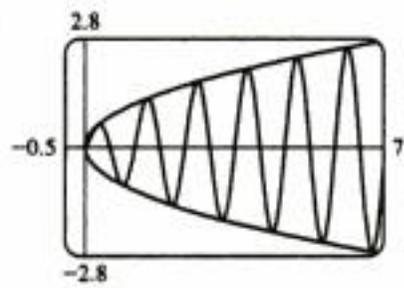
57.



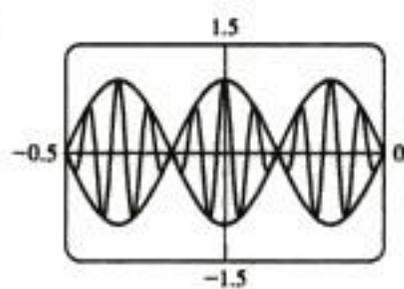
59. $y = x^2 \text{ sen } x$ es una curva seno que queda entre las gráficas de $y = x^2$ y $y = -x^2$



61. $y = \sqrt{x} \text{ sen } 5\pi x$ es una curva seno que se ubica entre las gráficas de $y = \sqrt{x}$ y $y = -\sqrt{x}$



63. $y = \cos 3\pi x \cos 21\pi x$ es una curva coseno que está entre las gráficas de $y = \cos 3\pi x$ y $y = -\cos 3\pi x$



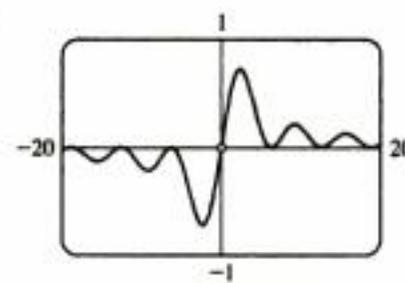
65. Valor máximo 1.76 cuando $x \approx 0.94$, valor mínimo -1.76 cuando $x \approx -0.94$ (Los mismos valores máximo y mínimo se presentan en una cantidad infinita de otros valores de x .)

67. Valor máximo 3.00 cuando $x \approx 1.57$, valor mínimo -1.00 cuando $x \approx -1.57$ (Los mismos valores máximo y mínimo se encuentran en una cantidad infinita de otros valores de x .)

69. 1.16 71. 0.34, 2.80

73. a) Impar b) $0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \pm 6\pi, \dots$

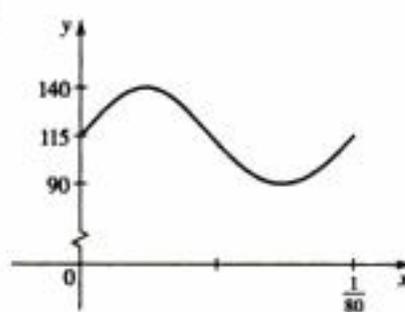
c) d) $f(x)$ se aproxima a 0 e) $f(x)$ se aproxima a 0



75. a) 20 s b) 6 pies

77. a) $\frac{1}{80}$ min b) 80

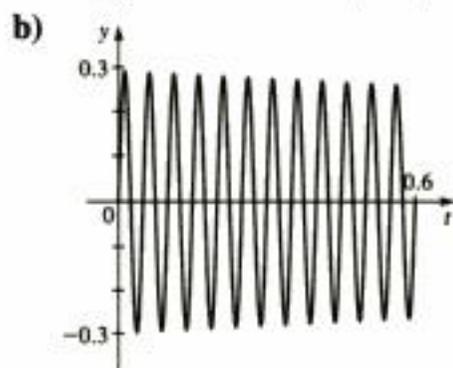
c) d) $\frac{140}{90}$; es más alta que lo normal



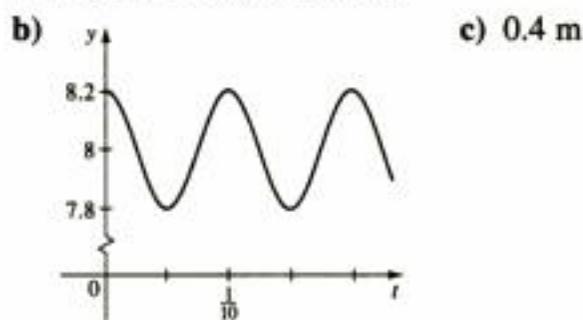
Sección 5.4 ■ página 441

1. II 3. VI 5. IV

23. a) $y = 0.3e^{-0.2t} \text{sen}(40\pi t)$

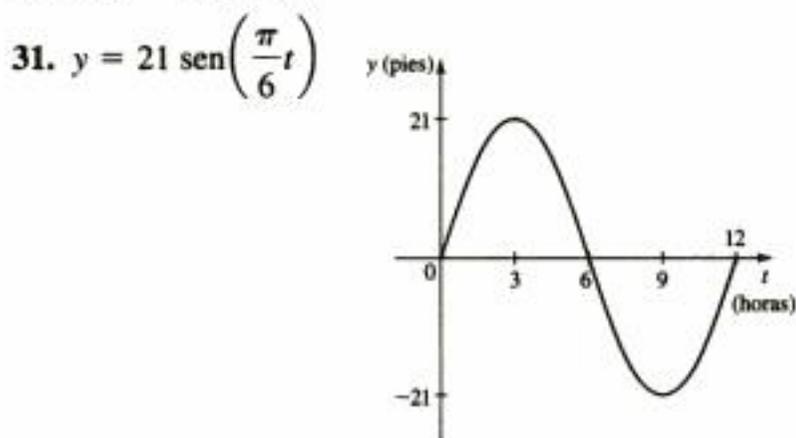


25. a) 10 ciclos por minuto



27. a) 8900 b) alrededor de 3.14 años

29. $d(t) = 5 \text{sen}(5\pi t)$



33. $y = 5 \text{cos}(2\pi t)$ 35. $y = 11 + 10 \text{sen}\left(\frac{\pi t}{10}\right)$

37. $y = 3.8 + 0.2 \text{sen}\left(\frac{\pi}{5}t\right)$

39. $E(t) = 310 \text{cos}(200\pi t)$, 219.2 V

41. a) 45 V b) 40 c) 40 d) $E(t) = 45 \text{cos}(80\pi t)$

43. $f(t) = e^{-0.9t} \text{sen} \pi t$ 45. $e = \frac{1}{3} \ln 4 \approx 0.46$

Capítulo 5 Repaso ■ página 455

1. b) $\frac{1}{2}, -\sqrt{3}/2, -\sqrt{3}/3$

3. a) $\pi/3$ b) $(-\frac{1}{2}, \sqrt{3}/2)$

c) $\text{sen } t = \sqrt{3}/2, \text{cos } t = -\frac{1}{2}, \text{tan } t = -\sqrt{3}, \text{csc } t = 2\sqrt{3}/3, \text{sec } t = -2, \text{cot } t = -\sqrt{3}/3$

5. a) $\pi/4$ b) $(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$

c) $\text{sen } t = -\sqrt{2}/2, \text{cos } t = -\sqrt{2}/2, \text{tan } t = 1, \text{csc } t = -\sqrt{2}, \text{sec } t = -\sqrt{2}, \text{cot } t = 1$

7. a) $\sqrt{2}/2$ b) $-\sqrt{2}/2$ 9. a) 0.89121 b) 0.45360

11. a) 0 b) Indefinida 13. a) Indefinida b) 0

15. a) $-\sqrt{3}/3$ b) $-\sqrt{3}$

17. $(\text{sen } t)/(1 - \text{sen}^2 t)$ 19. $(\text{sen } t)/\sqrt{1 - \text{sen}^2 t}$

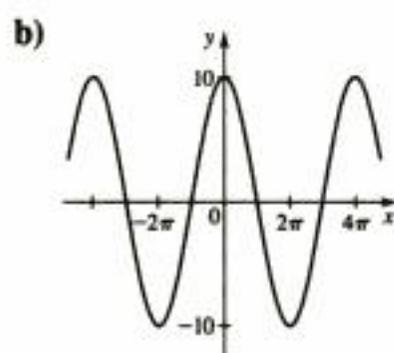
21. $\text{tan } t = -\frac{5}{12}, \text{csc } t = \frac{13}{5}, \text{sec } t = -\frac{13}{12}, \text{cot } t = -\frac{12}{5}$

23. $\text{sen } t = 2\sqrt{5}/5, \text{cos } t = -\sqrt{5}/5,$

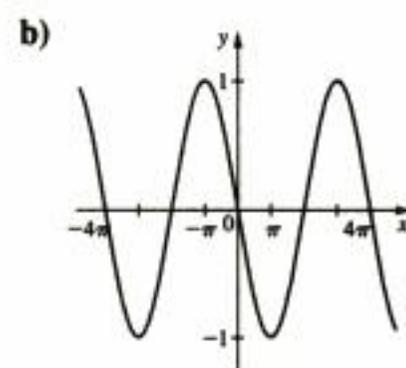
$\text{tan } t = -2, \text{sec } t = -\sqrt{5}$

25. $(16 - \sqrt{17})/4$ 27. 3

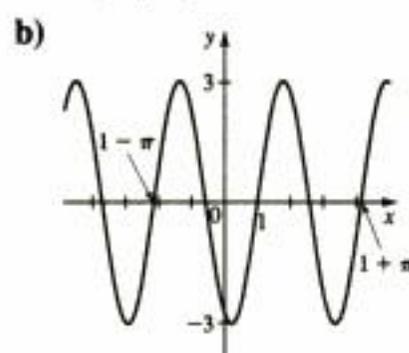
29. a) 10, 4π , 0



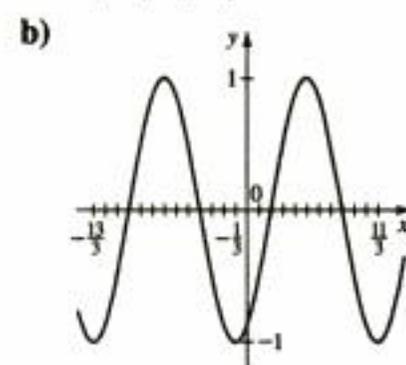
31. a) 1, 4π , 0



33. a) 3, π , 1

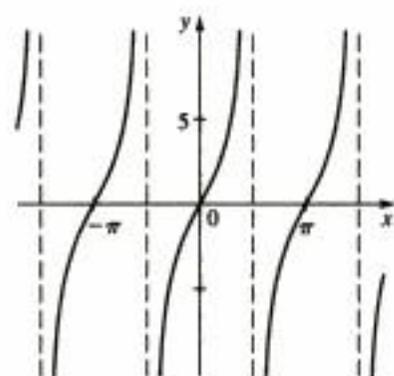


35. a) 1, 4, $-\frac{1}{3}$



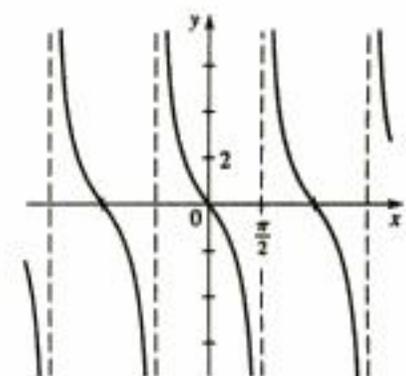
37. $y = 5 \text{sen } 4x$

41. π

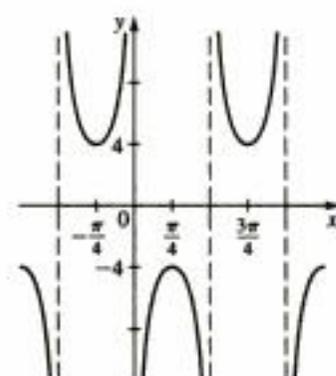


39. $y = \frac{1}{2} \text{sen } 2\pi(x + \frac{1}{3})$

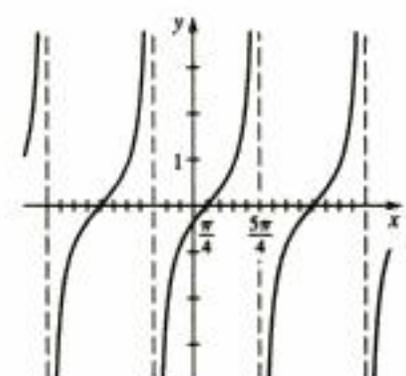
43. π



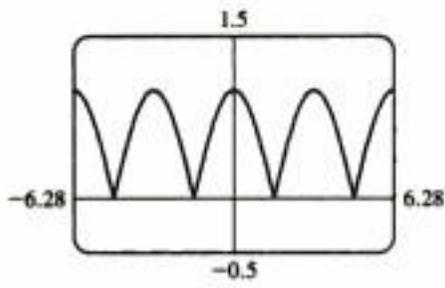
45. π



47. 2π

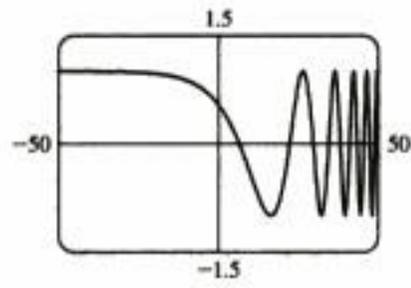


49. a)



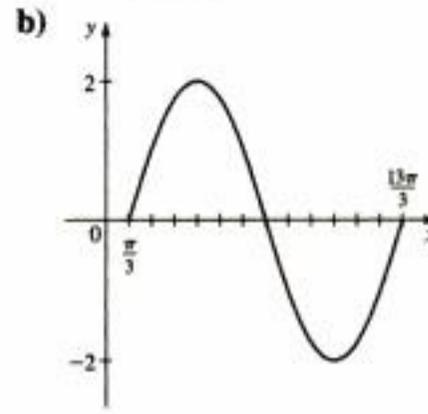
- b) Periodo π
c) Par

51. a)

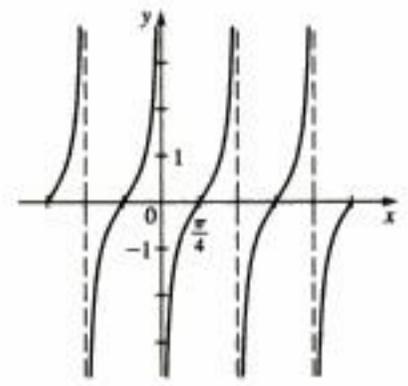


- b) No periódica
c) Ninguno de los dos

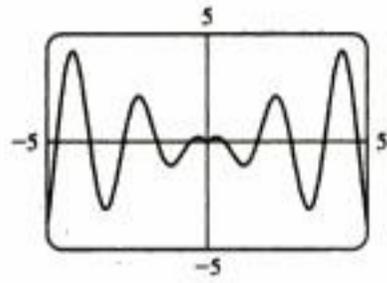
7. a) $2, 4\pi, \pi/3$



9. $\pi/2$

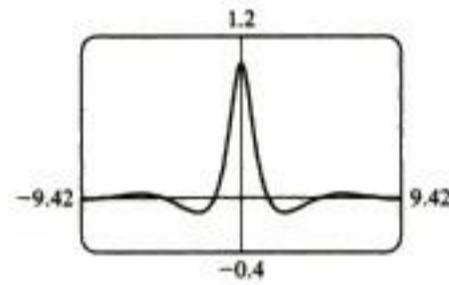


53. a)



- b) No periódica
c) Par

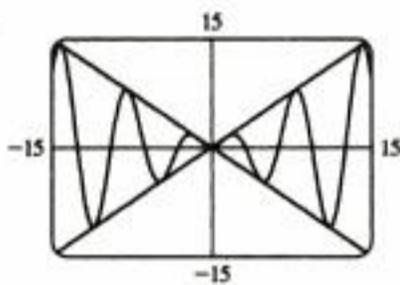
11. a)



b) Par

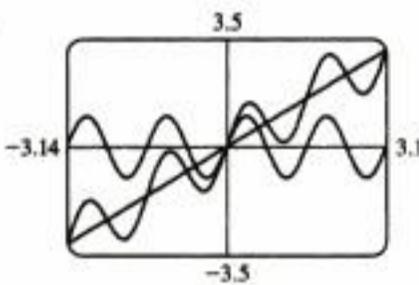
- c) Valor mínimo -0.11 cuando $x \approx \pm 2.54$, valor máximo 1 cuando $x = 0$

55.



$y = x \text{ sen } x$ es una función seno cuya gráfica queda entre la de $y = x$ y $y = -x$

57.

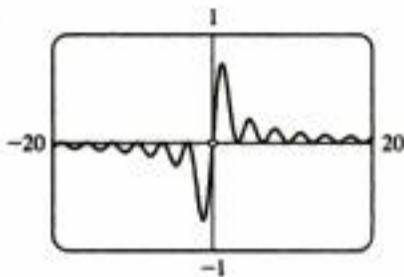


Las gráficas se relacionan mediante la adición gráfica.

59. 1.76, -1.76 61. 0.30, 2.84

63. a) Impar b) $0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots$

c)



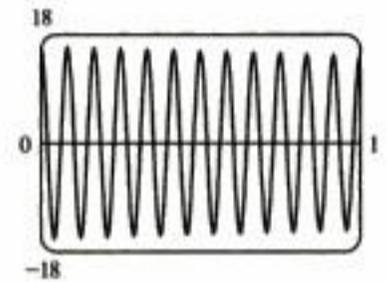
- d) $f(x)$ se aproxima a 0
e) $f(x)$ se aproxima a 0

65. $y = 50 \cos(16\pi t)$ 67. $y = 4 \cos(\frac{\pi}{6} t)$

Capítulo 5 Evaluación ■ página 458

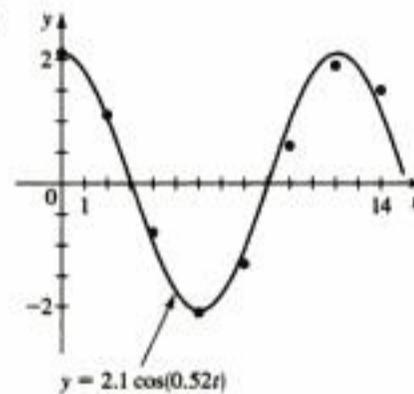
1. $y = -\frac{5}{6}$ 3. a) $-\frac{1}{2}$ b) $-\sqrt{2}/2$ c) $\sqrt{3}$ d) -1 5. $-\frac{2}{13}$

13. $y = 16e^{-0.1t} \cos 24\pi t$



Enfoque en el modelado ■ página 463

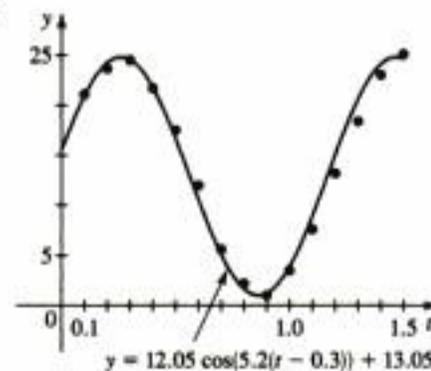
1. a) y c)

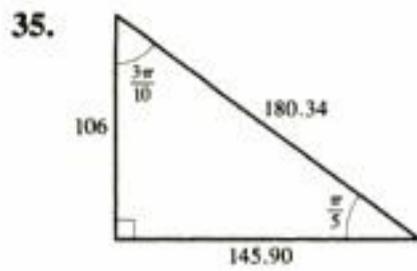
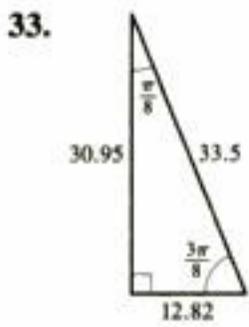


b) $y = 2.1 \cos(0.52t)$

d) $y = 2.05 \text{ sen}(0.50t + 1.55) - 0.01$ e) La fórmula de d) se reduce a $y = 2.05 \cos(0.50t - 0.02) - 0.01$. Igual que b), con una cifra decimal.

3. a) y c)





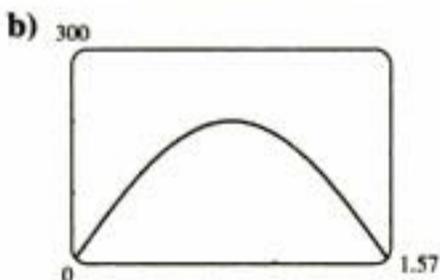
37. $\sin \theta \approx 0.45$, $\cos \theta \approx 0.89$, $\tan \theta = 0.50$, $\csc \theta \approx 2.24$,
 $\sec \theta \approx 1.12$, $\cot \theta = 2.00$ 39. 230.9 41. 63.7
 43. $x = 10 \tan \theta \sin \theta$ 45. 1026 pies
 47. a) 2100 millas b) No 49. 19 pies 51. 38.7°
 53. 345 pies 55. 415 pies, 152 pies 57. 2570 pies
 59. 5808 pies 61. 91.7 millones de millas
 63. 3960 millas 65. 0.723 AU

Sección 6.3 ■ página 495

1. a) 30° b) 30° c) 30° 3. a) 45° b) 90° c) 75°
 5. a) $\pi/4$ b) $\pi/6$ c) $\pi/3$ 7. a) $2\pi/7$ b) 0.4π c) 1.4
 9. $\frac{1}{2}$ 11. $-\sqrt{2}/2$ 13. $-\sqrt{3}$ 15. 1 17. $-\sqrt{3}/2$
 19. $\sqrt{3}/3$ 21. $\sqrt{3}/2$ 23. -1 25. $\frac{1}{2}$ 27. 2
 29. -1 31. No definido 33. III 35. IV
 37. $\tan \theta = -\sqrt{1 - \cos^2 \theta} / \cos \theta$
 39. $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ 41. $\sec \theta = -\sqrt{1 + \tan^2 \theta}$
 43. $\cos \theta = -\frac{4}{5}$, $\tan \theta = -\frac{3}{4}$, $\csc \theta = \frac{5}{3}$, $\sec \theta = -\frac{5}{4}$,
 $\cot \theta = -\frac{4}{3}$
 45. $\sin \theta = -\frac{3}{5}$, $\cos \theta = \frac{4}{5}$, $\csc \theta = -\frac{5}{3}$, $\sec \theta = \frac{5}{4}$, $\cot \theta = -\frac{4}{3}$
 47. $\sin \theta = \frac{1}{2}$, $\cos \theta = \sqrt{3}/2$, $\tan \theta = \sqrt{3}/3$,
 $\sec \theta = 2\sqrt{3}/3$, $\cot \theta = \sqrt{3}$
 49. $\sin \theta = 3\sqrt{5}/7$, $\tan \theta = -3\sqrt{5}/2$, $\csc \theta = 7\sqrt{5}/15$,
 $\sec \theta = -\frac{7}{2}$, $\cot \theta = -2\sqrt{5}/15$
 51. a) $\sqrt{3}/2, \sqrt{3}$ b) $\frac{1}{2}, \sqrt{3}/4$ c) $\frac{3}{4}, 0.88967$
 53. 19.1 55. 66.1° 57. $(4\pi/3) - \sqrt{3} \approx 2.46$
 61. b)

θ	20°	60°	80°	85°
h	1922	9145	29 944	60 351

63. a) $A(\theta) = 400 \sin \theta \cos \theta$



- c) ancho = profundidad ≈ 14.14 pulg.
 65. a) $9\sqrt{3}/4$ pies ≈ 3.897 pies, $\frac{9}{16}$ pies = 0.5625 pies
 b) 23.982 pies, 3.462 pies

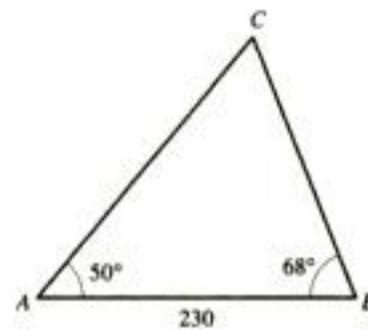
67. a)

b) 0.946 rad o 54°

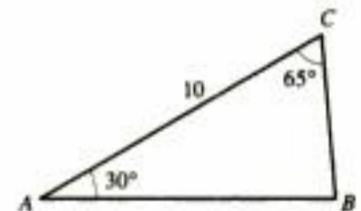
69. 42°

Sección 6.4 ■ página 506

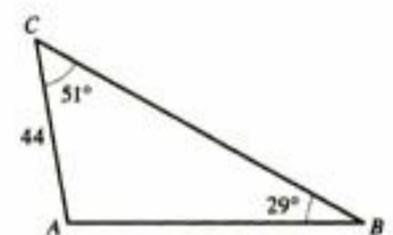
1. 318.8 3. 24.8 5. 44°
 7. $\angle C = 114^\circ$, $a \approx 51$, $b \approx 24$
 9. $\angle A = 44^\circ$, $\angle B = 68^\circ$, $a \approx 8.99$
 11. $\angle C = 62^\circ$, $a \approx 200$, $b \approx 242$



13. $\angle B = 85^\circ$, $a \approx 5$, $c \approx 9$



15. $\angle A = 100^\circ$, $a \approx 89$, $c \approx 71$



17. $\angle B \approx 30^\circ$, $\angle C \approx 40^\circ$, $c \approx 19$ 19. No hay solución
 21. $\angle A_1 \approx 125^\circ$, $\angle C_1 \approx 30^\circ$, $a_1 \approx 49$;
 $\angle A_2 \approx 5^\circ$, $\angle C_2 \approx 150^\circ$, $a_2 \approx 5.6$
 23. No hay solución
 25. $\angle A_1 \approx 57.2^\circ$, $\angle B_1 \approx 93.8^\circ$, $b_1 \approx 30.9$;
 $\angle A_2 \approx 122.8^\circ$, $\angle B_2 \approx 28.2^\circ$, $b_2 \approx 14.6$
 27. a) 91.146° b) 14.427°
 31. a) 1018 millas b) 1017 millas 33. 219 pies
 35. 55.9 m 37. 175 pies
 39. 192 m 41. 0.427 AU, 1.119 AU

Sección 6.5 ■ página 513

1. 28.9 3. 47 5. 29.89°
 7. 15 9. $\angle A \approx 39.4^\circ$, $\angle B \approx 20.6^\circ$, $c \approx 24.6$
 11. $\angle A \approx 48^\circ$, $\angle B \approx 79^\circ$, $c \approx 3.2$
 13. $\angle A \approx 50^\circ$, $\angle B \approx 73^\circ$, $\angle C \approx 57^\circ$

49. $PM = 2(1 - \text{sen}^2x) - 1 = 2 - 2\text{sen}^2x - 1 = SM$

51. $PM = \frac{1 - \cos \alpha}{\text{sen } \alpha} \cdot \frac{1 + \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$
 $= \frac{1 - \cos^2 \alpha}{\text{sen } \alpha(1 + \cos \alpha)} = \frac{\text{sen}^2 \alpha}{\text{sen } \alpha(1 + \cos \alpha)} = SM$

53. $PM = \frac{\text{sen}^2 \theta}{\cos^2 \theta} - \frac{\text{sen}^2 \theta \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta}$
 $= \frac{\text{sen}^2 \theta(1 - \cos^2 \theta)}{\cos^2 \theta} = \frac{\text{sen}^2 \theta \text{sen}^2 \theta}{\cos^2 \theta} = SM$

55. $PM = \frac{\text{sen } x - 1}{\text{sen } x + 1} \cdot \frac{\text{sen } x + 1}{\text{sen } x + 1} = \frac{\text{sen}^2 x - 1}{(\text{sen } x + 1)^2} = SM$

57. $PM = \frac{\text{sen}^2 t + 2 \text{sen } t \cos t + \cos^2 t}{\text{sen } t \cos t}$
 $= \frac{\text{sen}^2 t + \cos^2 t}{\text{sen } t \cos t} + \frac{2 \text{sen } t \cos t}{\text{sen } t \cos t} = \frac{1}{\text{sen } t \cos t} + 2 = SM$

59. $PM = \frac{1 + \frac{\text{sen}^2 u}{\cos^2 u} \cdot \cos^2 u}{1 - \frac{\text{sen}^2 u}{\cos^2 u} \cdot \cos^2 u} = \frac{\cos^2 u + \text{sen}^2 u}{\cos^2 u - \text{sen}^2 u} = SM$

61. $PM = \frac{\sec x}{\sec x - \tan x} \cdot \frac{\sec x + \tan x}{\sec x + \tan x}$
 $= \frac{\sec x(\sec x + \tan x)}{\sec^2 x - \tan^2 x} = SM$

63. $PM = (\sec v - \tan v) \cdot \frac{\sec v + \tan v}{\sec v + \tan v}$
 $= \frac{\sec^2 v - \tan^2 v}{\sec v + \tan v} = SM$

65. $PM = \frac{\text{sen } x + \cos x}{\frac{1}{\cos x} + \frac{1}{\text{sen } x}} = \frac{\text{sen } x + \cos x}{\frac{\text{sen } x + \cos x}{\cos x \text{sen } x}}$
 $= (\text{sen } x + \cos x) \frac{\cos x \text{sen } x}{\text{sen } x + \cos x} = SM$

67. $PM = \frac{\frac{1}{\text{sen } x} - \frac{\cos x}{\text{sen } x}}{\frac{1}{\cos x} - 1} \cdot \frac{\text{sen } x \cos x}{\text{sen } x \cos x} = \frac{\cos x(1 - \cos x)}{\text{sen } x(1 - \cos x)}$
 $= \frac{\cos x}{\text{sen } x} = SM$

69. $PM = \frac{\text{sen}^2 u}{\cos^2 u} - \frac{\text{sen}^2 u \cos^2 u}{\cos^2 u} = \frac{\text{sen}^2 u}{\cos^2 u} (1 - \cos^2 u) = SM$

71. $PM = (\sec^2 x - \tan^2 x)(\sec^2 x + \tan^2 x) = SM$

73. $PM = \frac{\text{sen } \theta - \frac{1}{\text{sen } \theta}}{\cos \theta - \frac{\cos \theta}{\text{sen } \theta}} = \frac{\frac{\text{sen}^2 \theta - 1}{\text{sen } \theta}}{\frac{\cos \theta \text{sen } \theta - \cos \theta}{\text{sen } \theta}}$
 $= \frac{\cos^2 \theta}{\cos \theta(\text{sen } \theta - 1)} = SM$

75. $PM = \frac{-\text{sen}^2 t + \tan^2 t}{\text{sen}^2 t} = -1 + \frac{\text{sen}^2 t}{\cos^2 t} \cdot \frac{1}{\text{sen}^2 t}$
 $= -1 + \sec^2 t = SM$

77. $PM = \frac{\sec x - \tan x + \sec x + \tan x}{(\sec x + \tan x)(\sec x - \tan x)}$
 $= \frac{2 \sec x}{\sec^2 x - \tan^2 x} = SM$

79. $PM = \tan^2 x + 2 \tan x \cot x + \cot^2 x = \tan^2 x + 2 + \cot^2 x$
 $= (\tan^2 x + 1) + (\cot^2 x + 1) = SM$

81. $PM = \frac{\frac{1}{\cos u} - 1}{\frac{1}{\cos u} + 1} \cdot \frac{\cos u}{\cos u} = SM$

83. $PM = \frac{(\text{sen } x + \cos x)(\text{sen}^2 x - \text{sen } x \cos x + \cos^2 x)}{\text{sen } x + \cos x}$
 $= \text{sen}^2 x - \text{sen } x \cos x + \cos^2 x = SM$

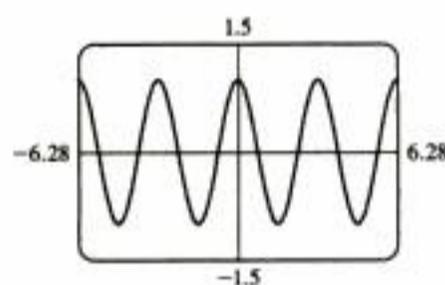
85. $PM = \frac{1 + \text{sen } x}{1 - \text{sen } x} \cdot \frac{1 + \text{sen } x}{1 + \text{sen } x} = \frac{(1 + \text{sen } x)^2}{1 - \text{sen}^2 x}$
 $= \frac{(1 + \text{sen } x)^2}{\cos^2 x} = \left(\frac{1 + \text{sen } x}{\cos x}\right)^2 = SM$

87. $PM = \left(\frac{\text{sen } x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\text{sen } x}\right)^4 = \left(\frac{\text{sen}^2 x + \cos^2 x}{\text{sen } x \cos x}\right)^4$
 $= \left(\frac{1}{\text{sen } x \cos x}\right)^4 = SM$

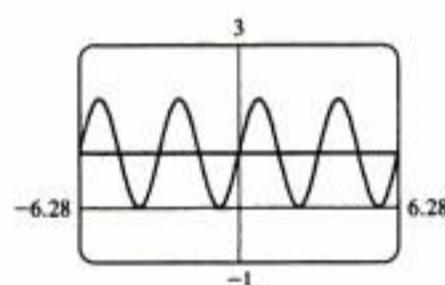
89. $\tan \theta$ 91. $\tan \theta$

93. $3 \cos \theta$

95. Sí



97. No



Sección 7.2 ■ página 539

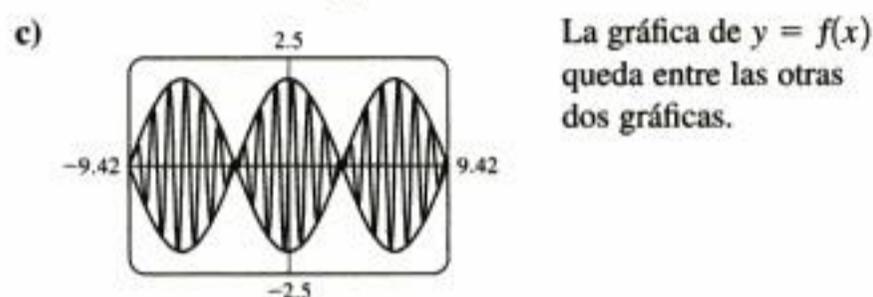
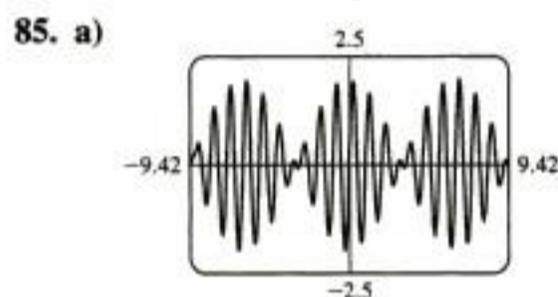
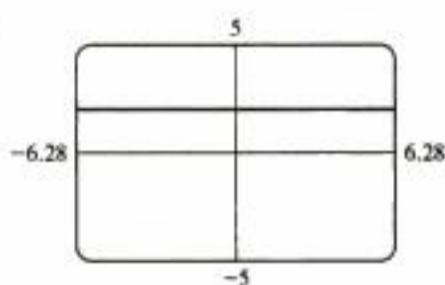
1. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ 3. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ 5. $2 - \sqrt{3}$

7. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ 9. $\sqrt{3} - 2$ 11. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$

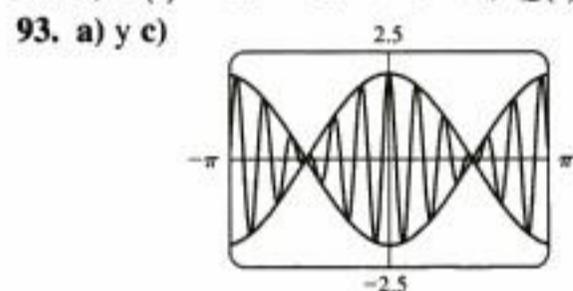
13. $\sqrt{2}/2$ 15. $\frac{1}{2}$ 17. $\sqrt{3}$

19. $PM = \frac{\text{sen}(\frac{\pi}{2} - u)}{\cos(\frac{\pi}{2} - u)} = \frac{\text{sen } \frac{\pi}{2} \cos u - \cos \frac{\pi}{2} \text{sen } u}{\cos \frac{\pi}{2} \cos u + \text{sen } \frac{\pi}{2} \text{sen } u}$
 $= \frac{\cos u}{\text{sen } u} = SM$

83. a) $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$



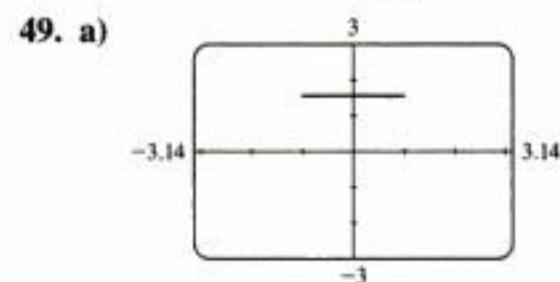
87. a) $P(t) = 8t^4 - 8t^2 + 1$ b) $Q(t) = 16t^5 - 20t^3 + 5t$



La gráfica de f queda entre las gráficas de $y = 2 \cos t$ y $y = -2 \cos t$. Por lo tanto, la intensidad del sonido varía entre $y = \pm 2 \cos t$.

Sección 7.4 ■ página 557

1. a) $\pi/6$ b) $\pi/3$ c) No está definida
 3. a) $\pi/4$ b) $\pi/4$ c) $-\pi/4$
 5. a) $\pi/2$ b) 0 c) π
 7. a) $\pi/6$ b) $-\pi/6$ c) No está definida
 9. a) 0.13889 b) 2.75876
 11. a) 0.88998 b) No está definida
 13. $\frac{1}{4}$ 15. 5 17. $\pi/3$ 19. $-\pi/6$ 21. $-\pi/3$
 23. $\sqrt{3}/3$ 25. $\frac{1}{2}$ 27. $\pi/3$ 29. $\frac{4}{3}$ 31. $\frac{12}{13}$
 33. $\frac{13}{5}$ 35. $\sqrt{5}/5$ 37. $\frac{24}{25}$ 39. 1 41. $\sqrt{1-x^2}$
 43. $x/\sqrt{1-x^2}$ 45. $\frac{1-x^2}{1+x^2}$ 47. 0

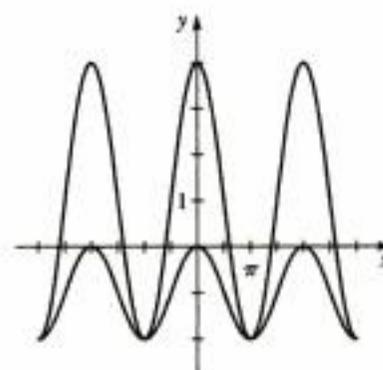


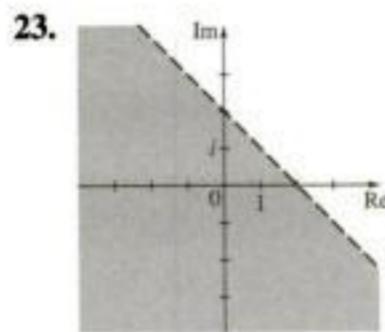
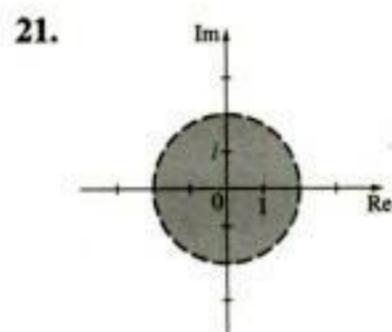
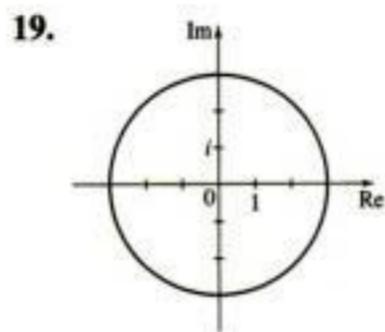
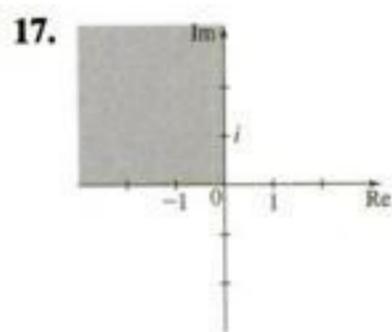
Conjetura : $y = \pi/2$ para $-1 \leq x \leq 1$

51. a) 0.28 b) $(-3 + \sqrt{17})/4$
 53. a) $h = 2 \tan \theta$ b) $\theta = \tan^{-1}(h/2)$
 55. a) $\theta = \sin^{-1}(h/680)$ b) $\theta = 0.826$ rad
 57. a) 54.1° b) $48.3^\circ, 32.2^\circ, 24.5^\circ$. La función \sin^{-1} no está definida para valores fuera del intervalo $[-1, 1]$.

Sección 7.5 ■ página 568

1. $(2k+1)\pi$ 3. $\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$
 5. $\frac{5\pi}{6} + k\pi$ 7. $\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi$
 9. $\frac{(2k+1)\pi}{4}$ 11. $\frac{\pi}{3} + k\pi, \frac{2\pi}{3} + k\pi$
 13. $\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{7\pi}{6} + 2k\pi, \frac{11\pi}{6} + 2k\pi$
 15. $-\frac{\pi}{3} + k\pi$ 17. $\frac{\pi}{2} + k\pi$ 19. $\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{3} + 2k\pi$
 21. $\frac{3\pi}{2} + 2k\pi$ 23. No hay solución
 25. $\frac{7\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}, \frac{11\pi}{18} + \frac{2k\pi}{3}$
 27. $\frac{1}{4}\left(\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right), \frac{1}{4}\left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi\right)$
 29. $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right)$ 31. $4k\pi$ 33. $4\left(\frac{2\pi}{3} + k\pi\right)$
 35. $\frac{k\pi}{3}$ 37. $\frac{\pi}{6} + 2k\pi, \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, \frac{4\pi}{3} + 2k\pi$
 39. $\frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}, \frac{3\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}$ 41. $\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}, \frac{11\pi}{9}, \frac{13\pi}{9}, \frac{17\pi}{9}$
 43. $\frac{\pi}{6}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{4}$ 45. $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$ 47. $0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$
 49. a) $1.15928 + 2k\pi, 5.12391 + 2k\pi$
 b) 1.15928, 5.12391
 51. a) $1.36944 + 2k\pi, 4.91375 + 2k\pi$
 b) 1.36944, 4.91375
 53. a) $0.46365 + k\pi, 2.67795 + k\pi$
 b) 0.46365, 2.67795, 3.60524, 5.81954
 55. a) $0.33984 + 2k\pi, 2.80176 + 2k\pi$
 b) 0.33984, 2.80176
 57. $((2k+1)\pi, -2)$



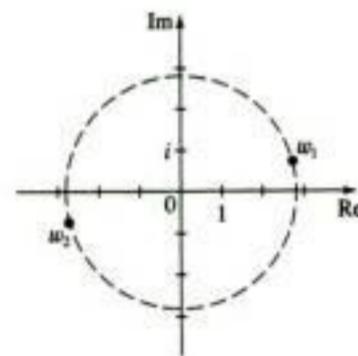


25. $\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$ 27. $2 \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4} \right)$
 29. $4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} \right)$ 31. $3 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} \right)$
 33. $5\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$ 35. $8 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} \right)$
 37. $20(\cos \pi + i \operatorname{sen} \pi)$ 39. $5[\cos(\tan^{-1} \frac{4}{3}) + i \operatorname{sen}(\tan^{-1} \frac{4}{3})]$
 41. $3\sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{4} \right)$ 43. $8 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$
 45. $\sqrt{5}[\cos(\tan^{-1} \frac{1}{2}) + i \operatorname{sen}(\tan^{-1} \frac{1}{2})]$
 47. $2 \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$
 49. $z_1 z_2 = \cos \frac{4\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{4\pi}{3}$ $\frac{z_1}{z_2} = \cos \frac{2\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{2\pi}{3}$
 51. $z_1 z_2 = 15 \left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{2} \right)$
 $\frac{z_1}{z_2} = \frac{3}{5} \left(\cos \frac{7\pi}{6} - i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{6} \right)$
 53. $z_1 z_2 = 8(\cos 150^\circ + i \operatorname{sen} 150^\circ)$
 $z_1/z_2 = 2(\cos 90^\circ + i \operatorname{sen} 90^\circ)$
 55. $z_1 z_2 = 100(\cos 350^\circ + i \operatorname{sen} 350^\circ)$
 $z_1/z_2 = \frac{4}{25}(\cos 50^\circ + i \operatorname{sen} 50^\circ)$
 57. $z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$
 $z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{3} \right)$
 $z_1 z_2 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} \right)$
 $\frac{z_1}{z_2} = \cos \frac{\pi}{6} - i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6}$
 $\frac{1}{z_1} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$

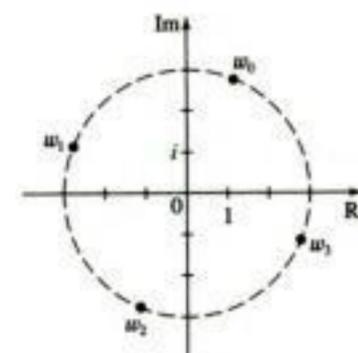
59. $z_1 = 4 \left(\cos \frac{11\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} \right)$
 $z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{4} \right)$
 $z_1 z_2 = 4\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{12} \right)$
 $\frac{z_1}{z_2} = 2\sqrt{2} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{13\pi}{12} \right)$
 $\frac{1}{z_1} = \frac{1}{4} \left(\cos \frac{11\pi}{6} - i \operatorname{sen} \frac{11\pi}{6} \right)$
 61. $z_1 = 5\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$
 $z_2 = 4(\cos 0 + i \operatorname{sen} 0)$
 $z_1 z_2 = 20\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$
 $\frac{z_1}{z_2} = \frac{5\sqrt{2}}{4} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$
 $\frac{1}{z_1} = \frac{\sqrt{2}}{10} \left(\cos \frac{\pi}{4} - i \operatorname{sen} \frac{\pi}{4} \right)$
 63. $z_1 = 20(\cos \pi + i \operatorname{sen} \pi)$
 $z_2 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{6} \right)$
 $z_1 z_2 = 40 \left(\cos \frac{7\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{6} \right)$
 $\frac{z_1}{z_2} = 10 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} \right)$
 $\frac{1}{z_1} = \frac{1}{20}(\cos \pi - i \operatorname{sen} \pi)$

65. -1024 67. $512(-\sqrt{3} + i)$ 69. -1 71. 4096
 73. $8(-1 + i)$ 75. $\frac{1}{2048}(-\sqrt{3} - i)$

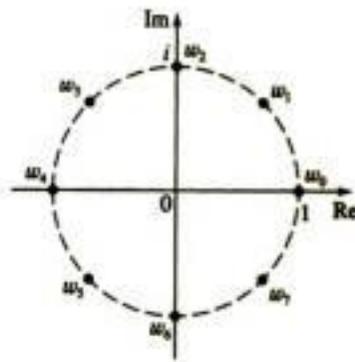
77. $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{12} \right),$
 $2\sqrt{2} \left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{13\pi}{12} \right)$



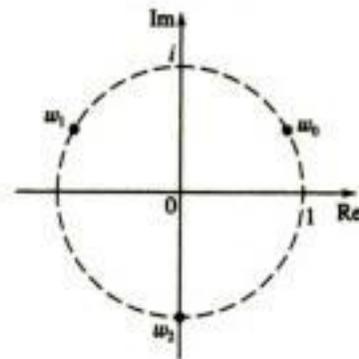
79. $3 \left(\cos \frac{3\pi}{8} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{8} \right),$
 $3 \left(\cos \frac{7\pi}{8} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{8} \right),$
 $3 \left(\cos \frac{11\pi}{8} + i \operatorname{sen} \frac{11\pi}{8} \right),$
 $3 \left(\cos \frac{15\pi}{8} + i \operatorname{sen} \frac{15\pi}{8} \right)$



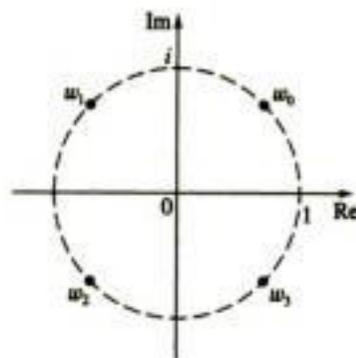
81. $\pm 1, \pm i, \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$



83. $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i, -i$



85. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

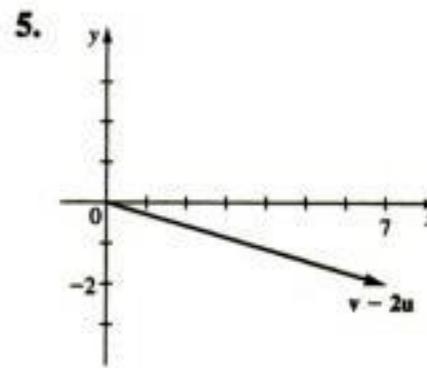
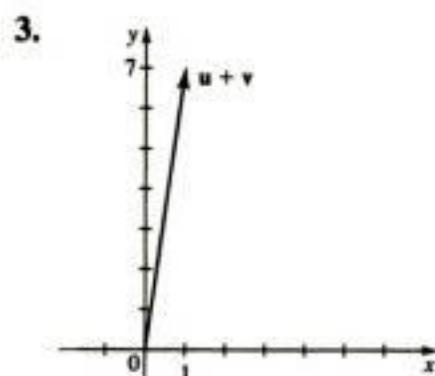
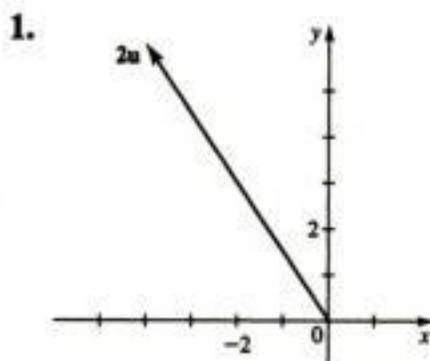


87. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$

89. $2\left(\cos \frac{\pi}{18} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{18}\right), 2\left(\cos \frac{13\pi}{18} + i \operatorname{sen} \frac{13\pi}{18}\right),$
 $2\left(\cos \frac{25\pi}{18} + i \operatorname{sen} \frac{25\pi}{18}\right)$

91. $2^{1/6}\left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{12}\right), 2^{1/6}\left(\cos \frac{13\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{13\pi}{12}\right),$
 $2^{1/6}\left(\cos \frac{21\pi}{12} + i \operatorname{sen} \frac{21\pi}{12}\right)$

Sección 8.4 ■ página 615



7. (3, 3) 9. (3, -1) 11. (5, 7) 13. (-4, -3)
 15. (0, 2) 17. (4, 14), (-9, -3), (5, 8), (-6, 17)
 19. (0, -2), (6, 0), (-2, -1), (8, -3)
 21. 4i, -9i + 6j, 5i - 2j, -6i + 8j
 23. $\sqrt{5}, \sqrt{13}, 2\sqrt{5}, \frac{1}{2}\sqrt{13}, \sqrt{26}, \sqrt{10}, \sqrt{5} - \sqrt{13}$
 25. $\sqrt{101}, 2\sqrt{2}, 2\sqrt{101}, \sqrt{2}, \sqrt{73}, \sqrt{145}, \sqrt{101} - 2\sqrt{2}$
 27. $20\sqrt{3}i + 20j$ 29. $-\frac{\sqrt{2}}{2}i - \frac{\sqrt{2}}{2}j$
 31. $4 \cos 10^\circ i + 4 \operatorname{sen} 10^\circ j \approx 3.94i + 0.69j$
 33. 5, 53.13° 35. 13, 157.38° 37. 2, 60°
 39. $15\sqrt{3}, -15$ 41. $2i - 3j$
 43. a) 40j b) 425i c) 425i + 40j
 d) 427 millas/h, N 84.6° E 45. 794 millas/h, N 26.6° W
 47. a) 10i b) 10i + 17.32j c) 20i + 17.32j
 d) 26.5 millas/h, N 49.1° E
 49. a) $22.8i + 7.4j$ b) 7.4 millas/h, 22.8 millas/h
 51. a) (5, -3) b) (-5, 3) 53. a) -4j b) 4j
 55. a) (-7.57, 10.61) b) (7.57, -10.61)
 57. $T_1 \approx -56.5i + 67.4j, T_2 \approx 56.5i + 32.6j$

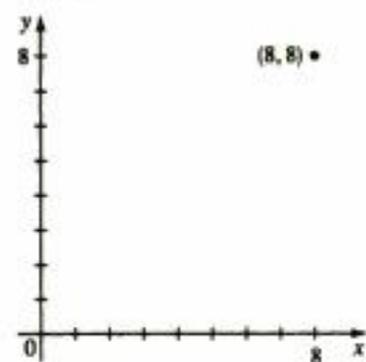
Sección 8.5 ■ página 624

1. a) 2 b) 45° 3. a) 13 b) 56° 5. a) -1 b) 97°
 7. a) $5\sqrt{3}$ b) 30° 9. Sí 11. No 13. Sí
 15. 9 17. -5 19. $-\frac{12}{5}$ 21. -24
 23. a) (1, 1) b) $u_1 = (1, 1), u_2 = (-3, 3)$
 25. a) $(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$ b) $u_1 = (-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}), u_2 = (\frac{3}{2}, \frac{1}{2})$
 27. a) $(-\frac{18}{5}, \frac{24}{5})$ b) $u_1 = (-\frac{18}{5}, \frac{24}{5}), u_2 = (\frac{28}{5}, \frac{21}{5})$
 29. -28 31. 25 39. 16 pies-lb 41. 8660 pies-lb
 43. 1164 lb 45. 23.6°

Capítulo 8 Repaso ■ página 627

1. a)
 3. a)
- b) $(6\sqrt{3}, 6)$ b) $(\frac{-3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$
5. a)
 b) $(2\sqrt{3}, 6)$

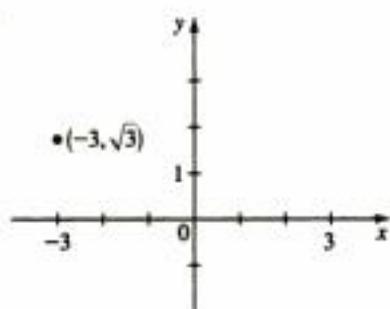
7. a)



b) $(8\sqrt{2}, \frac{\pi}{4})$

c) $(-8\sqrt{2}, \frac{5\pi}{4})$

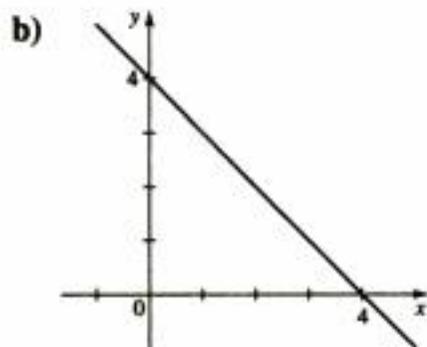
11. a)



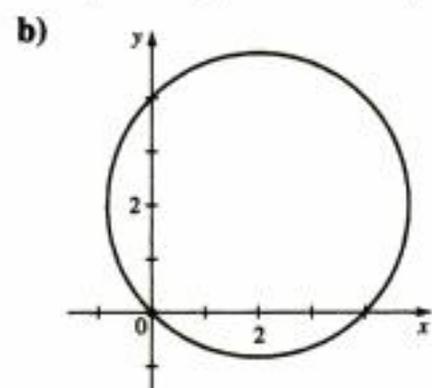
b) $(2\sqrt{3}, \frac{5\pi}{6})$

c) $(-2\sqrt{3}, -\frac{\pi}{6})$

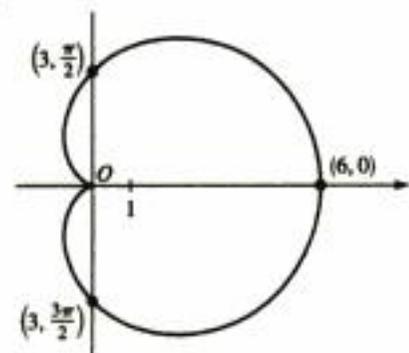
13. a) $r = \frac{4}{\cos \theta + \sin \theta}$



15. a) $r = 4(\cos \theta + \sin \theta)$

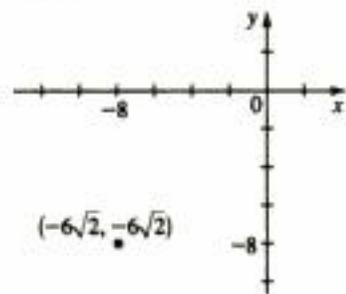


17. a)



b) $(x^2 + y^2 - 3x)^2 = 9(x^2 + y^2)$

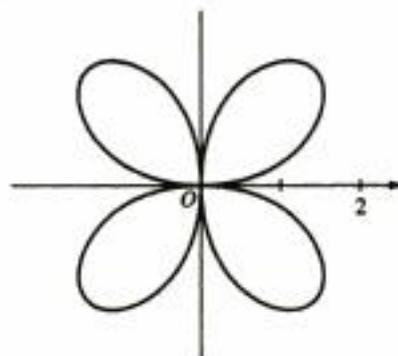
9. a)



b) $(12, \frac{5\pi}{4})$

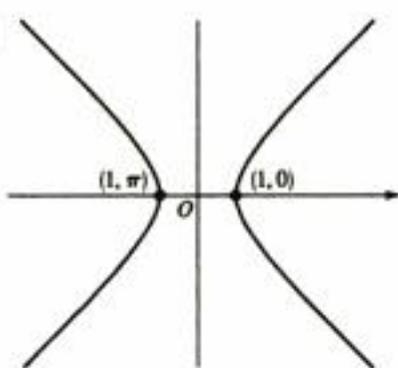
c) $(-12, \frac{\pi}{4})$

19. a)



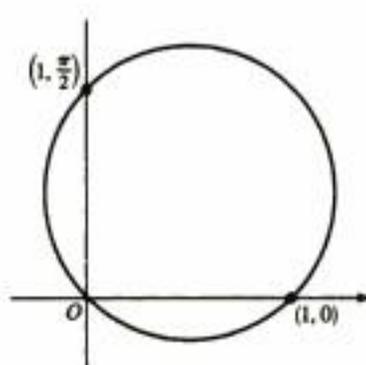
b) $(x^2 + y^2)^3 = 16x^2y^2$

21. a)



b) $x^2 - y^2 = 1$

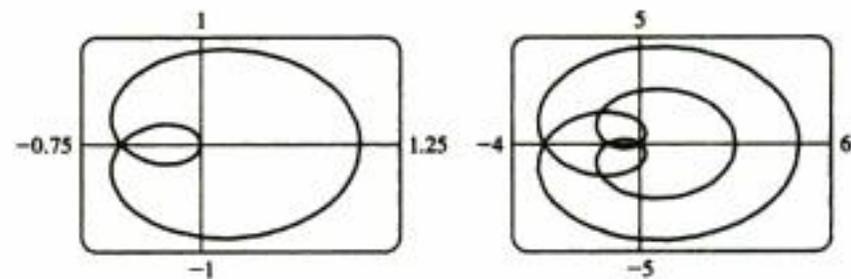
23. a)



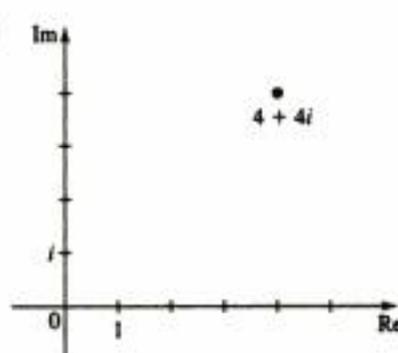
b) $x^2 + y^2 = x + y$

25. $0 \leq \theta \leq 6\pi$

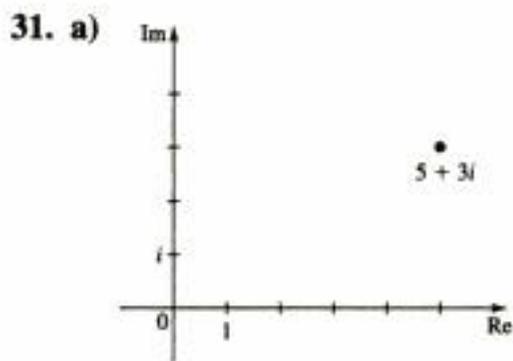
27. $0 \leq \theta \leq 6\pi$



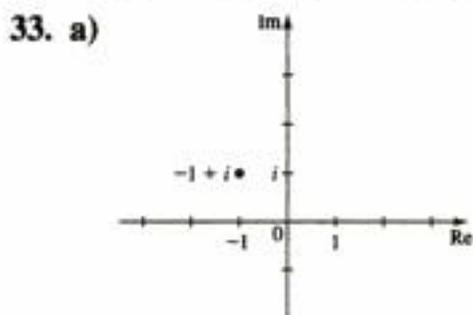
29. a)



b) $4\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}$ c) $4\sqrt{2}(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4})$



b) $\sqrt{34}, \tan^{-1}(\frac{3}{5})$ c) $\sqrt{34}[\cos(\tan^{-1}(\frac{3}{5})) + i \operatorname{sen}(\tan^{-1}(\frac{3}{5}))]$



b) $\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}$ c) $\sqrt{2}(\cos \frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{4})$

35. $8(-1 + i\sqrt{3})$ 37. $-\frac{1}{32}(1 + i\sqrt{3})$

39. $\pm 2\sqrt{2}(1 - i)$ 41. $\pm 1, \pm \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$

43. $\sqrt{13}, \langle 6, 4 \rangle, \langle -10, 2 \rangle, \langle -4, 6 \rangle, \langle -22, 7 \rangle$

45. $3i - 4j$ 47. $(10, -2)$

49. a) $(4.8i + 0.4j) \times 10^4$ b) $4.8 \times 10^4 \text{ lb, N } 85.2^\circ \text{ E}$

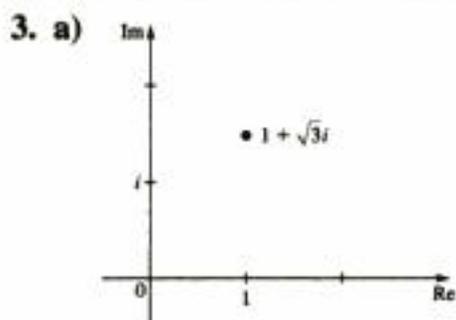
51. 5, 25, 60 53. $2\sqrt{2}, 8, 0$ 55. Sí 57. No, 45°

59. a) $17\sqrt{37}/37$ b) $(\frac{102}{37}, -\frac{17}{37})$

c) $u_1 = (\frac{102}{37}, -\frac{17}{37}), u_2 = (\frac{9}{37}, \frac{54}{37})$ 61. -6

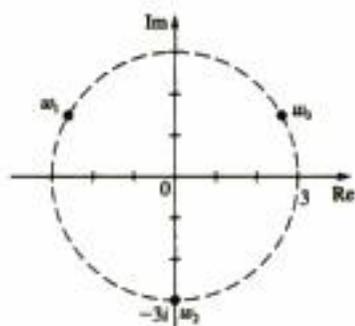
Capítulo 8 Evaluación ■ página 629

1. a) $(-4\sqrt{2}, -4\sqrt{2})$ b) $(4\sqrt{3}, 5\pi/6), (-4\sqrt{3}, 11\pi/6)$



b) $2(\cos \frac{\pi}{3} + i \operatorname{sen} \frac{\pi}{3})$ c) -512

5. $-3i, 3(\pm \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i)$



7. a) $\langle 19, -3 \rangle$ b) $5\sqrt{2}$ c) 0 d) Sí

9. a) $14i + 6\sqrt{3}j$ b) 17.4 millas/h, N 53.4° E 11. 90

Enfoque en el modelado ■ página 632

1. a) $R = 18/\pi \approx 5.73$ b) 691.2 millas

3. a) $x \approx -12.23, y \approx 6.27$ b) $x \approx 3.76, y \approx 8.43$

c) $x \approx 15.12, y \approx -3.85$ d) $x \approx -4.31, y \approx -2.42$

5. a) 1.14 b) 1.73 c) 36.81

7. a) 1.48 b) 1.21 c) 1.007

Capítulo 9

Sección 9.1 ■ página 642

1. (3, 1) 3. (4, 16), (-3, 9) 5. (2, -2), (-2, 2)

7. (-25, 5), (-25, -5) 9. (1, 2) 11. (-3, 4), (3, 4)

13. (-2, -1), (-2, 1), (2, -1), (2, 1)

15. $(-1, \sqrt{2}), (-1, -\sqrt{2}), (\frac{1}{2}, \sqrt{\frac{7}{2}}), (\frac{1}{2}, -\sqrt{\frac{7}{2}})$

17. (-2, 3) 19. (2, 4), $(-\frac{5}{2}, \frac{7}{4})$

21. (0, 0), (1, -1), (-2, -4) 23. (4, 0) 25. (-2, -2)

27. (6, 2), (-2, -6) 29. No hay solución

31. $(\sqrt{5}, 2), (\sqrt{5}, -2), (-\sqrt{5}, 2), (-\sqrt{5}, -2)$

33. $(3, -\frac{1}{2}), (-3, -\frac{1}{2})$ 35. $(\frac{1}{5}, \frac{1}{3})$ 37. (-0.33, 5.33)

39. (2.00, 20.00), (-8.00, 0)

41. (-4.51, 2.17), (4.91, -0.97)

43. (1.23, 3.87), (-0.35, -4.21)

45. (-2.30, -0.70), (0.48, -1.19)

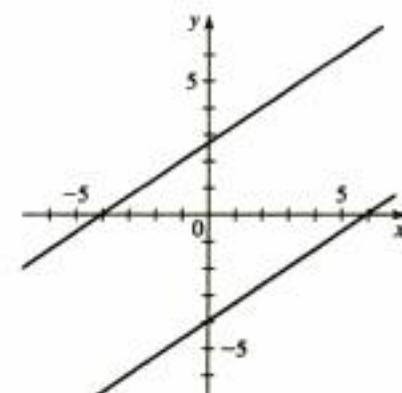
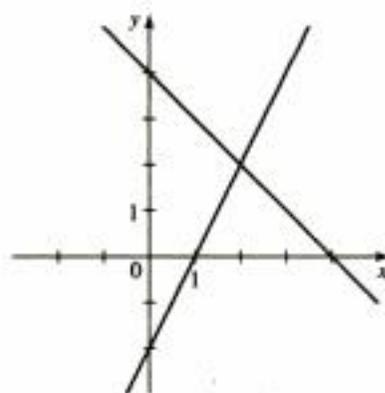
47. 12 por 15 cm 49. 15, 20

51. (400.50, 200.25), 447.77 m 53. (12, 8)

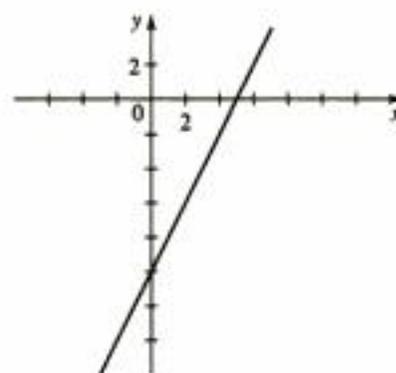
Sección 9.2 ■ página 649

1. (2, 2)

3. No hay solución



5. Una cantidad infinita de soluciones



7. (2, 2) 9. (3, -1) 11. (2, 1) 13. (3, 5) 15. (1, 3)

17. (10, -9) 19. No hay solución 21. No hay solución

23. $(x, \frac{1}{3}x - \frac{5}{3})$ 25. $(x, 3 - \frac{3}{2}x)$ 27. $(-3, -7)$
 29. $(x, 5 - \frac{5}{6}x)$ 31. $(5, 10)$ 33. No hay solución
 35. $(3.87, 2.74)$ 37. $(61.00, 20.00)$
 39. $(-\frac{1}{a-1}, \frac{1}{a-1})$ 41. $(\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+b})$ 43. 22, 12
 45. 5 de 10 centavos, 9 de 25 centavos
 47. La velocidad del avión es de 120 millas/h, la velocidad del viento es de 30 millas/h
 49. Corre a 5 millas/h, va en bicicleta a 20 millas/h
 51. 200 g de A, 40 g de B 53. 25%, 10%
 55. \$16 000 al 10%, \$32 000 al 6% 57. 25

Sección 9.3 ■ página 657

1. Lineal 3. No lineal 5. $(1, 3, 2)$
 7. $(4, 0, 3)$ 9. $(5, 2, -\frac{1}{2})$
 11. $\begin{cases} x - 2y - z = 4 \\ -y - 4z = 4 \\ 2x + y + z = 0 \end{cases}$ 13. $\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + 2y - z = 4 \\ 3y + 7z = 14 \end{cases}$
 15. $(1, 2, 1)$ 17. $(5, 0, 1)$ 19. $(0, 1, 2)$
 21. $(1 - 3t, 2t, t)$ 23. No hay solución
 25. No hay solución 27. $(3 - t, -3 + 2t, t)$
 29. $(2 - 2t, -\frac{2}{3} + \frac{4}{3}t, t)$ 31. $(1, -1, 1, 2)$
 33. 30 000 dólares en bonos de corto plazo, 30 000 dólares en bonos de plazo intermedio, 40 000 dólares en bonos de largo plazo
 35. Imposible
 37. 250 acres de maíz, 500 acres con trigo, 450 acres con soya

Sección 9.4 ■ página 673

1. 3×2 3. 2×1 5. 1×3
 7. a) Sí b) Sí c) $\begin{cases} x = -3 \\ y = 5 \end{cases}$
 9. a) Sí b) No c) $\begin{cases} x + 2y + 8z = 0 \\ y + 3z = 2 \\ 0 = 0 \end{cases}$
 11. a) No b) No c) $\begin{cases} x = 0 \\ 0 = 0 \\ y + 5z = 1 \end{cases}$
 13. a) Sí b) Sí c) $\begin{cases} x + 3y - w = 0 \\ z + 2w = 0 \\ 0 = 1 \\ 0 = 0 \end{cases}$
 15. $(1, 1, 2)$ 17. $(1, 0, 1)$ 19. $(-1, 0, 1)$ 21. $(-1, 5, 0)$
 23. $(10, 3, -2)$ 25. No hay solución 27. $(2 - 3t, 3 - 5t, t)$
 29. No hay solución 31. $(-2t + 5, t - 2, t)$
 33. $x = -\frac{1}{2}s + t + 6, y = s, z = t$ 35. $(-2, 1, 3)$
 37. $(-9, 2, 0)$ 39. $(0, -3, 0, -3)$ 41. $(-1, 0, 0, 1)$

43. $(\frac{7}{4} - \frac{7}{4}t, -\frac{7}{4} + \frac{3}{4}t, \frac{9}{4} + \frac{3}{4}t, t)$
 45. $x = \frac{1}{3}s - \frac{2}{3}t, y = \frac{1}{3}s + \frac{1}{3}t, z = s, w = t$
 47. 2 VitaMax, 1 Vitron, 2 VitaPlus
 49. Correr 5 millas, nadar 2 millas, 30 millas en bicicleta
 51. Imposible

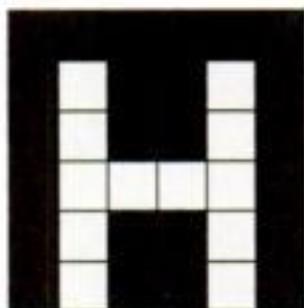
Sección 9.5 ■ página 684

1. No 3. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ 5. $\begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 12 & -3 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ 7. Imposible
 9. $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 1 \\ 7 & 10 & -7 \end{bmatrix}$ 11. $\begin{bmatrix} -1 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
 13. No hay solución 15. $\begin{bmatrix} 0 & -5 \\ -25 & -20 \\ -10 & 10 \end{bmatrix}$
 17. $\begin{bmatrix} 5 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 19. $\begin{bmatrix} -1 & -3 & -5 \\ -1 & 3 & -6 \end{bmatrix}$
 21. $\begin{bmatrix} 13 & -\frac{7}{2} & 15 \\ 3 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ 23. $\begin{bmatrix} -14 & -8 & -30 \\ -6 & 10 & -24 \end{bmatrix}$
 25. Imposible 27. $\begin{bmatrix} 3 & \frac{1}{2} & 5 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ 29. $[28 \ 21 \ 28]$
 31. $\begin{bmatrix} -1 \\ 8 \\ -1 \end{bmatrix}$ 33. $\begin{bmatrix} 8 & -335 \\ 0 & 343 \end{bmatrix}$ 35. Imposible
 37. Imposible 39. $x = 2, y = -1$
 41. $x = 1, y = -2$ 43. $\begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix}$
 45. $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$
 47. Sólo ACB está definido. $ACB = \begin{bmatrix} -3 & -21 & 27 & -6 \\ -2 & -14 & 18 & -4 \end{bmatrix}$
 49. a) $[4690 \ 1690 \ 13 \ 210]$ b) La ganancia total en Santa Mónica, Long Beach y Anaheim, respectivamente.
 51. a) $[105 \ 000 \ 58 \ 000]$ b) El primer elemento es la cantidad total, en onzas, de la salsa de jitomate producida, y el segundo elemento es la cantidad total, en onzas, de pasta de jitomate producida.
 53. a) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

b)
$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 1 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

c)
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

d)
$$\begin{bmatrix} 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 \\ 3 & 0 & 3 & 3 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$



e) La letra E

Sección 9.6 ■ página 697

5. $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{3}{2} & \frac{7}{2} \end{bmatrix}$ 7. $\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$ 9. $\begin{bmatrix} 13 & 5 \\ -5 & -2 \end{bmatrix}$

11. No hay inversa 13. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$

15. $\begin{bmatrix} -4 & -4 & 5 \\ 1 & 1 & -1 \\ 5 & 4 & -6 \end{bmatrix}$ 17. No hay inversa

19. $\begin{bmatrix} -\frac{9}{2} & -1 & 4 \\ 3 & 1 & -3 \\ \frac{7}{2} & 1 & -3 \end{bmatrix}$ 21. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

23. $x = 8, y = -12$ 25. $x = 126, y = -50$
 27. $x = -38, y = 9, z = 47$ 29. $x = -20, y = 10, z = 16$
 31. $x = 3, y = 2, z = 1$ 33. $x = 3, y = -2, z = 2$
 35. $x = 8, y = 1, z = 0, w = 3$

37. $\begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 10 & 3 & 5 \end{bmatrix}$ 39. $\frac{1}{2a} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

41. $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{x} \\ -\frac{1}{x} & \frac{2}{x^2} \end{bmatrix}$; no existe inversa para $x = 0$

43. $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & e^{-x} & 0 \\ e^{-x} & -e^{-2x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; existe la inversa para toda x

45. $\begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$; existe la inversa para toda x

47. a) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -2 & \frac{3}{2} & 0 \\ 1 & -\frac{3}{2} & 1 \end{bmatrix}$ b) 1 oz A, 1 oz B, 2 oz C

c) 2 oz A, 0 oz B, 1 oz C d) No

49. a) $\begin{cases} x + y + 2z = 675 \\ 2x + y + z = 600 \\ x + 2y + z = 625 \end{cases}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 675 \\ 600 \\ 625 \end{bmatrix}$

c) $A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \end{bmatrix}$

Gana 125 dólares en una enciclopedia estándar, 150 dólares en una de lujo y 200 dólares por una enciclopedia con pasta de piel.

Sección 9.7 ■ página 713

1. 6 3. -4 5. No existe 7. $\frac{1}{8}$ 9. 20, 20 11. -12, 12
 13. 0, 0 15. 4, tiene inversa 17. -6, tiene inversa
 19. 5000, tiene inversa 21. -4, tiene inversa 23. -18
 25. 120 27. a) -2 b) -2 c) Sí 29. (-2, 5)
 31. (0.6, -0.4) 33. (4, -1) 35. (4, 2, -1) 37. (1, 3, 2)
 39. (0, -1, 1) 41. $(\frac{189}{29}, -\frac{108}{29}, \frac{88}{29})$ 43. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -1)$
 45. abcde 47. 0, 1, 2 49. 1, -1 51. 21 53. $\frac{63}{2}$

57. a) $\begin{cases} 100a + 10b + c = 25 \\ 225a + 15b + c = 33\frac{3}{4} \\ 1600a + 40b + c = 40 \end{cases}$

b) $y = -0.05x^2 + 3x$

Sección 9.8 ■ página 720

1. $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$ 3. $\frac{A}{x-2} + \frac{B}{(x-2)^2} + \frac{C}{x+4}$

5. $\frac{A}{x-3} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$ 7. $\frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{Cx+D}{x^2+2}$

9. $\frac{A}{x} + \frac{B}{2x-5} + \frac{C}{(2x-5)^2} + \frac{D}{(2x-5)^3}$
 $+ \frac{Ex+F}{x^2+2x+5} + \frac{Gx+H}{(x^2+2x+5)^2}$

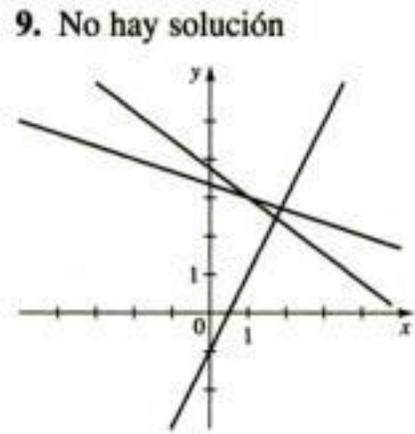
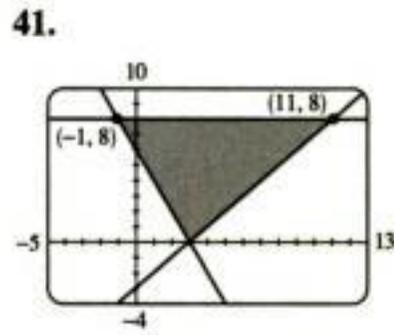
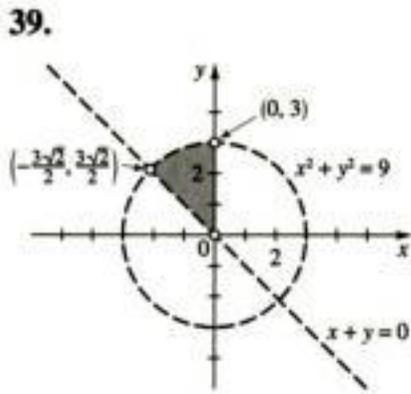
11. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1}$ 13. $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+4}$

15. $\frac{2}{x-3} - \frac{2}{x+3}$ 17. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2}$

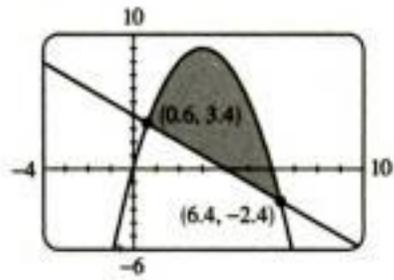
19. $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x+2}$ 21. $\frac{-\frac{1}{2}}{2x-1} + \frac{\frac{3}{2}}{4x-3}$

23. $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x+2} - \frac{1}{2x-1}$ 25. $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$

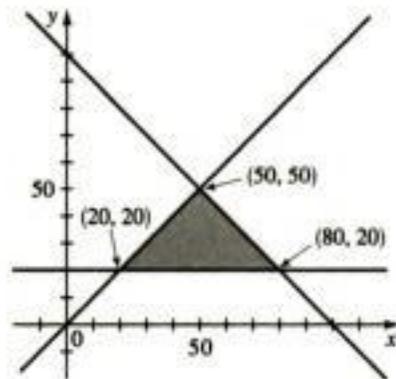
27. $\frac{1}{2x+3} - \frac{3}{(2x+3)^2}$ 29. $\frac{2}{x} - \frac{1}{x^3} - \frac{2}{x+2}$



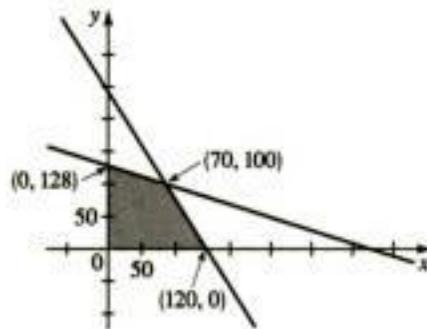
acotada
43.



45. x = libros de ficción
 y = libros de no ficción

$$\begin{cases} x + y \leq 100 \\ 20 \leq y, x \geq y \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$


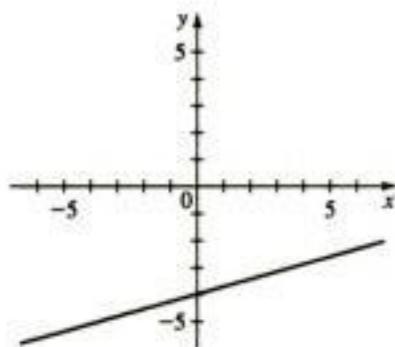
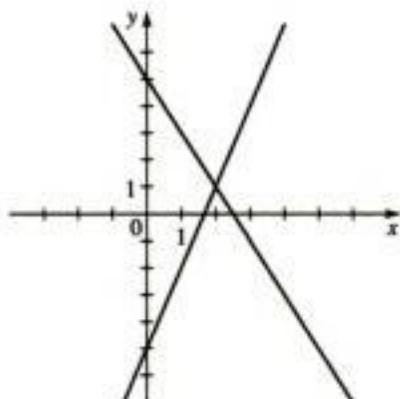
47. x = número de paquetes estándar
 y = número de paquetes de lujo

$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{5}{8}y \leq 80 \\ \frac{3}{4}x + \frac{3}{8}y \leq 90 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$


Capítulo 9 Repaso ■ página 728

1. (2, 1) 3. $(-\frac{1}{2}, \frac{7}{4}), (2, -2)$
5. (2, 1)

7. x = cualquier número
 $y = \frac{2}{7}x - 4$



11. (-3, 3), (2, 8) 13. $(\frac{16}{7}, -\frac{14}{3})$
15. (21.41, -15.93) 17. (11.94, -1.39), (12.07, 1.44)

19. a) 2×3 b) Sí c) No

d) $\begin{cases} x + 2y = -5 \\ y = 3 \end{cases}$

21. a) 3×4 b) Sí c) Sí

d) $\begin{cases} x + 8z = 0 \\ y + 5z = -1 \\ 0 = 0 \end{cases}$

23. a) 3×4 b) No c) No

d) $\begin{cases} y - 3z = 4 \\ x + y = 7 \\ x + 2y + z = 2 \end{cases}$

25. (1, 1, 2) 27. No hay solución 29. (-8, -7, 10)

31. No hay solución 33. (1, 0, 1, -2)

35. $x = -4t + 1, y = -t - 1, z = t$

37. $x = 6 - 5t, y = \frac{1}{2}(7 - 3t), z = t$

39. $(-\frac{4}{3}t + \frac{4}{3}, \frac{5}{3}t - \frac{2}{3}, t)$ 41. $(s + 1, 2s - t + 1, s, t)$

43. No hay solución

45. $(1, t + 1, t, 0)$

47. 3000 dólares al 6%, 6000 dólares al 7%

49. 11 250 dólares en el banco A, 22 500 dólares en el banco B, 26 250 dólares en el banco C

51. Imposible

53. $\begin{bmatrix} 4 & 18 \\ 4 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

55. $\begin{bmatrix} 10 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ 57. $\begin{bmatrix} -\frac{7}{2} & 10 \\ 1 & -\frac{9}{2} \end{bmatrix}$

59. $\begin{bmatrix} 30 & 22 & 2 \\ -9 & 1 & -4 \end{bmatrix}$

61. $\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{11}{2} \\ \frac{15}{4} & -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$

65. $\frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$ 67. $\begin{bmatrix} \frac{7}{2} & -2 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$

69. $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 6 \\ -4 & 5 & -9 \end{bmatrix}$

71. 1, $\begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ 73. 0, no hay inversa

75. $-1, \begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -2 \\ -8 & -6 & 9 \end{bmatrix}$

77. $24, \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$

79. (65, 154) 81. $(-\frac{1}{12}, \frac{1}{12}, \frac{1}{12})$

83. $(\frac{1}{5}, \frac{9}{5})$ 85. $(-\frac{87}{26}, \frac{21}{26}, \frac{3}{2})$

87. 11

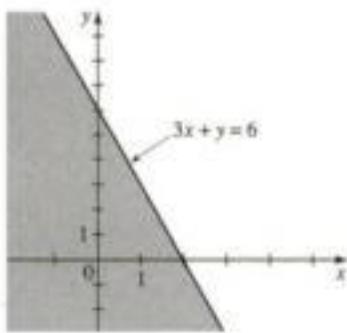
89. $\frac{2}{x-5} + \frac{1}{x+3}$

91. $\frac{-4}{x} + \frac{4}{x-1} + \frac{-2}{(x-1)^2}$

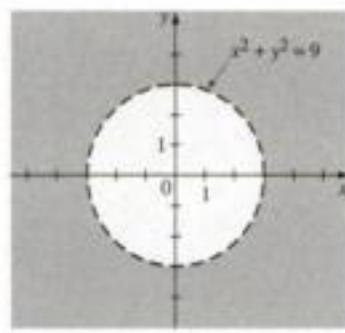
93. $\frac{-1}{x} + \frac{x+2}{x^2+1}$

95. $x + y^2 \leq 4$

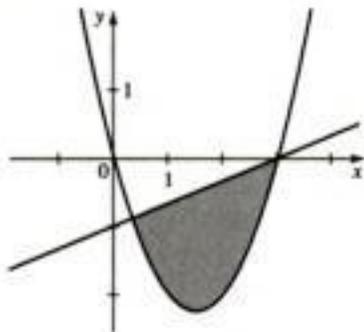
97.



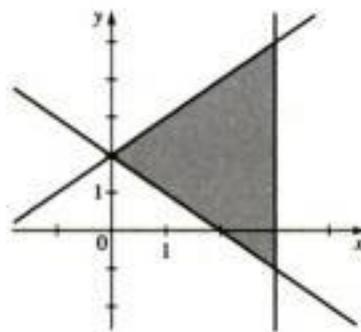
99.



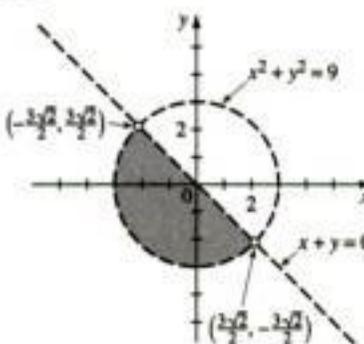
101.



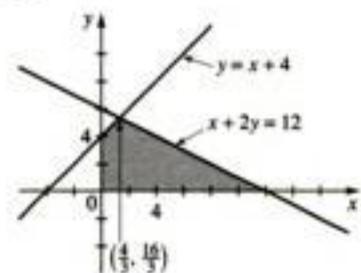
103.



105.



107.



acotada

acotada

109. $x = \frac{b+c}{2}, y = \frac{a+c}{2}, z = \frac{a+b}{2}$

111. 2, 3

Capítulo 9 Evaluación ■ página 733

1. a) Lineal b) (-2, 3)

3. (-0.55, -0.78), (0.43, -0.29), (2.12, 0.56)

5. a) Forma escalonada b) Forma escalonada reducida

c) Ninguna de las dos

7. $(-\frac{3}{5} + \frac{2}{5}t, \frac{1}{5} + \frac{1}{5}t, t)$

9. a) Dimensiones incompatibles

b) Dimensiones incompatibles

c) $\begin{bmatrix} 6 & 10 \\ 3 & -2 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$ d) $\begin{bmatrix} 36 & 58 \\ 0 & -3 \\ 18 & 28 \end{bmatrix}$ e) $\begin{bmatrix} 2 & -\frac{3}{2} \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$

f) B no es cuadrada g) B no es cuadrada h) -3

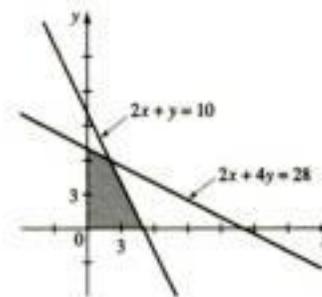
11. $|A| = 0, |B| = 2, B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 3 & -6 & 1 \end{bmatrix}$

13. a) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2} - \frac{1}{x+2}$ b) $-\frac{1}{x} + \frac{x+2}{x^2+3}$

Enfoque en el modelado ■ página 739

1. 198, 195

3.



máximo 161

mínimo 135

5. 3 mesas, 34 sillas 7. 30 huacales de toronjas, 30 huacales de naranjas 9. 15 de Pasadena a Santa Mónica, 3 de Pasadena a El Toro, 0 Long Beach a Santa Mónica, 16 de Long Beach a El Toro 11. 90 estándar, 40 de lujo 13. 7500 dólares en bonos municipales, 2500 dólares en certificados bancarios, 2000 dólares en bonos de alto riesgo 15. 4 juegos, 32 educativos, 0 de servicio

Capítulo 10

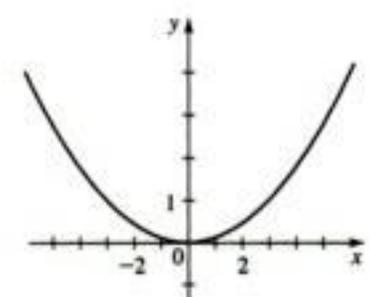
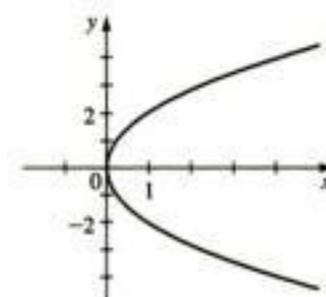
Sección 10.1 ■ página 751

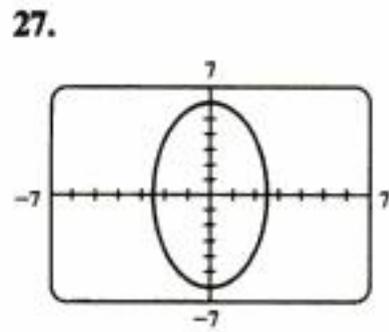
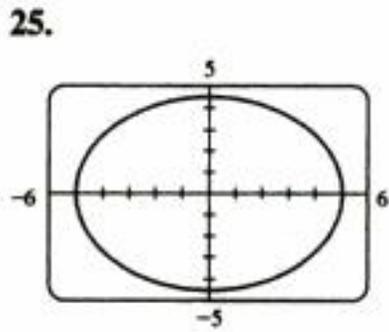
1. III 3. II 5. VI

Orden de las respuestas: foco; directriz, diámetro focal

7. $F(1, 0); x = -1; 4$

9. $F(0, \frac{9}{4}); y = -\frac{9}{4}; 9$





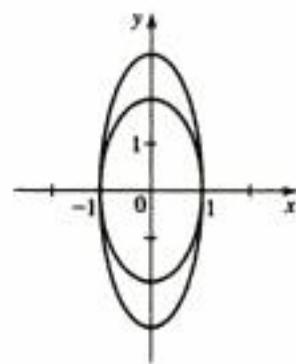
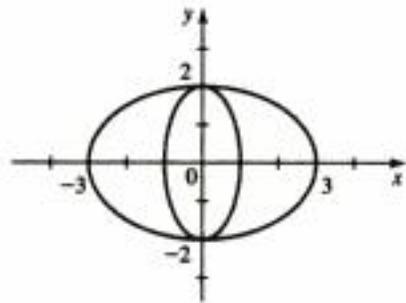
29. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 31. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$

33. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{13} = 1$ 35. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{91} = 1$

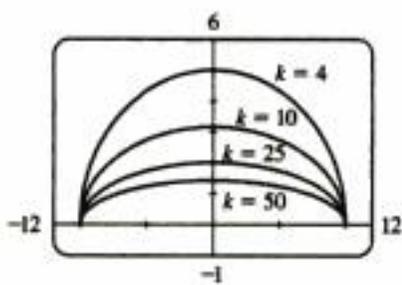
37. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{5} = 1$ 39. $\frac{64x^2}{225} + \frac{64y^2}{81} = 1$

41. $(0, \pm 2)$

43. $(\pm 1, 0)$



45. a)



b) Eje mayor y vértices comunes; la excentricidad se incrementa a medida que k aumenta.

47. $\frac{x^2}{2.2500 \times 10^{16}} + \frac{y^2}{2.2491 \times 10^{16}} = 1$

49. $\frac{x^2}{1,455,642} + \frac{y^2}{1,451,610} = 1$ 51. $5\sqrt{39}/2 \approx 15.6$ pulg

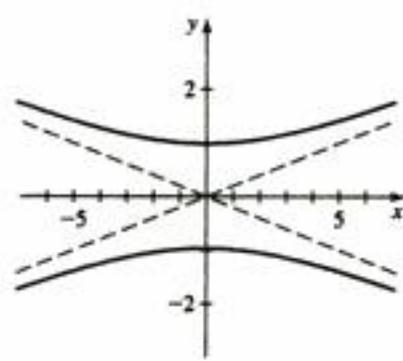
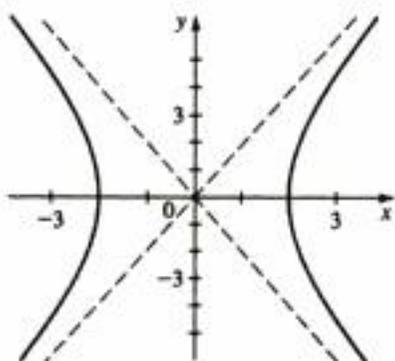
Sección 10.3 ■ página 768

1. III 3. II

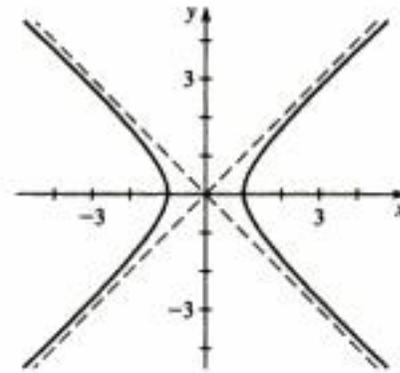
Orden de las respuestas: vértices; focos; asíntotas

5. $V(\pm 2, 0); F(\pm 2\sqrt{5}, 0); y = \pm 2x$

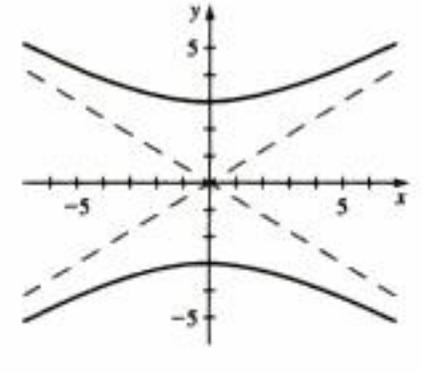
7. $V(0, \pm 1); F(0, \pm \sqrt{26}); y = \pm \frac{1}{3}x$



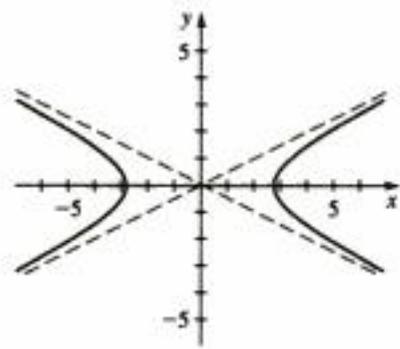
9. $V(\pm 1, 0); F(\pm \sqrt{2}, 0); y = \pm x$



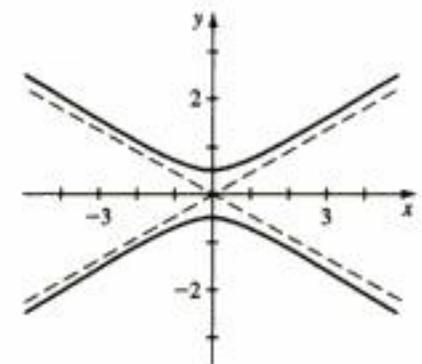
11. $V(0, \pm 3); F(0, \pm \sqrt{34}); y = \pm \frac{3}{5}x$



13. $V(\pm 2\sqrt{2}, 0); F(\pm \sqrt{10}, 0); y = \pm \frac{1}{2}x$

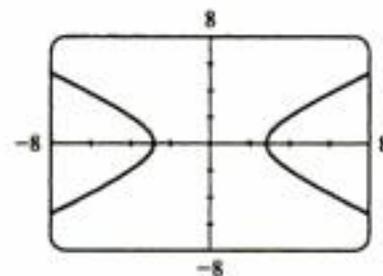


15. $V(0, \pm \frac{1}{2}); F(0, \pm \sqrt{5}/2); y = \pm \frac{1}{2}x$

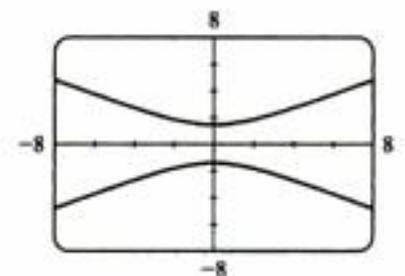


17. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 19. $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{16} = 1$ 21. $\frac{x^2}{9} - \frac{4y^2}{9} = 1$

23.



25.

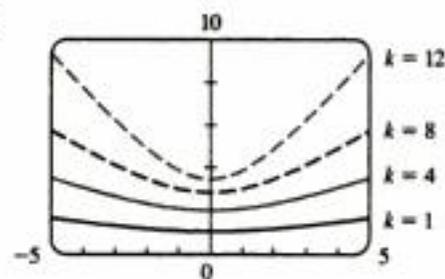


27. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 29. $y^2 - \frac{x^2}{3} = 1$ 31. $x^2 - \frac{y^2}{25} = 1$

33. $\frac{5y^2}{64} - \frac{5x^2}{256} = 1$ 35. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{16} = 1$ 37. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

39. b) $x^2 - y^2 = c^2/2$

43. b)

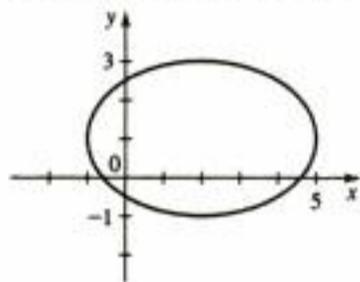


Cuando k aumenta, las asíntotas se vuelven más inclinadas

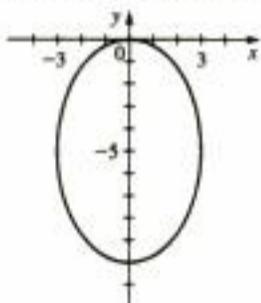
45. $x^2 - y^2 = 2.3 \times 10^{19}$

Sección 10.4 ■ página 781

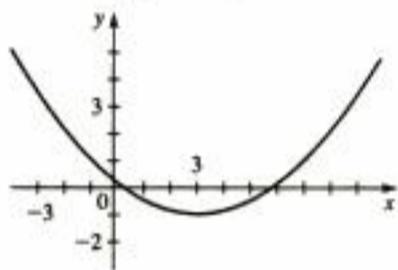
1. Centro $C(2, 1)$;
foco $F(2 \pm \sqrt{5}, 1)$;
vértices $V_1(-1, 1), V_2(5, 1)$;
eje mayor 6, eje menor 4



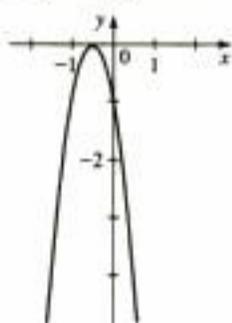
3. Centro $C(0, -5)$;
foco $F_1(0, -1), F_2(0, -9)$;
vértices $V_1(0, 0), V_2(0, -10)$;
eje mayor 10, eje menor 6



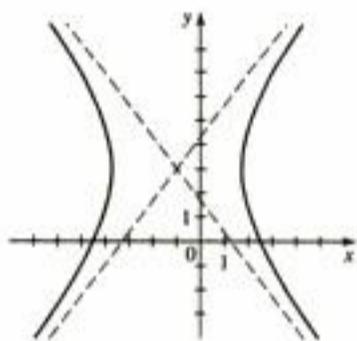
5. Vértice $V(3, -1)$;
foco $F(3, 1)$;
directriz $y = -3$



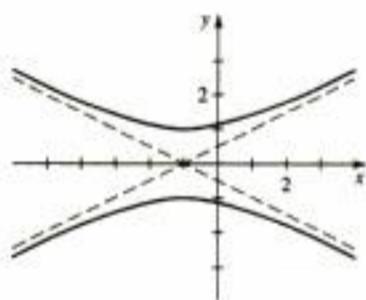
7. Vértice $V(-\frac{1}{2}, 0)$;
foco $F(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{16})$;
directriz $y = \frac{1}{16}$



9. Centro $C(-1, 3)$;
foco $F_1(-6, 3), F_2(4, 3)$;
vértices $V_1(-4, 3), V_2(2, 3)$;
asíntotas
 $y = \pm \frac{4}{3}(x + 1) + 3$



11. Centro $C(-1, 0)$;
foco $F(-1, \pm \sqrt{5})$;
vértices $V(-1, \pm 1)$;
asíntotas
 $y = \pm \frac{1}{2}(x + 1)$

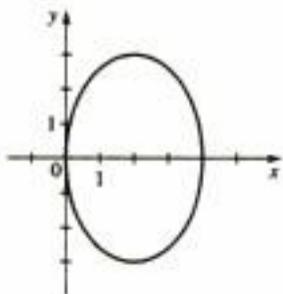


13. $x^2 = -\frac{1}{4}(y - 4)$

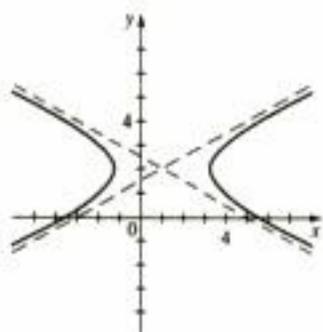
15. $\frac{(x - 5)^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

17. $(y - 1)^2 - x^2 = 1$

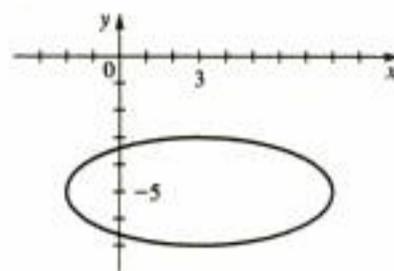
19. Elipse; $C(2, 0)$;
 $F(2, \pm \sqrt{5})$; $V(2, \pm 3)$;
eje mayor 6,
eje menor 4



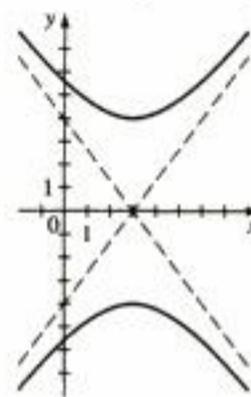
21. Hipérbola;
 $C(1, 2)$; $F_1(-\frac{3}{2}, 2), F_2(\frac{7}{2}, 2)$;
 $V(1 \pm \sqrt{5}, 2)$; asíntotas
 $y = \pm \frac{1}{2}(x - 1) + 2$



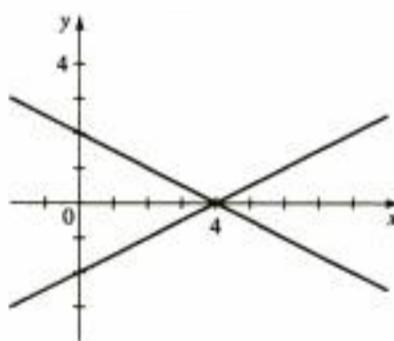
23. Elipse; $C(3, -5)$;
 $F(3 \pm \sqrt{21}, -5)$;
 $V_1(-2, -5), V_2(8, -5)$;
eje mayor 10,
eje menor 4



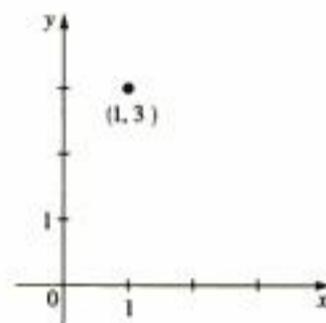
25. Hipérbola; $C(3, 0)$;
 $F(3, \pm 5)$; $V(3, \pm 4)$;
asíntotas $y = \pm \frac{4}{3}(x - 3)$



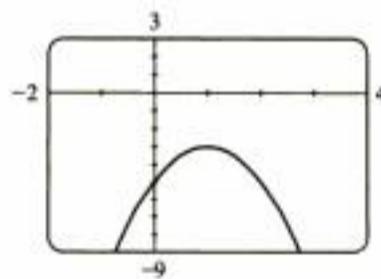
27. Cónica degenerada
(par de rectas),
 $y = \pm \frac{1}{2}(x - 4)$



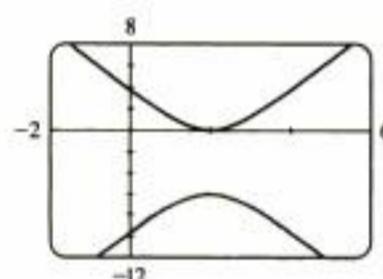
29. Punto $(1, 3)$



31.

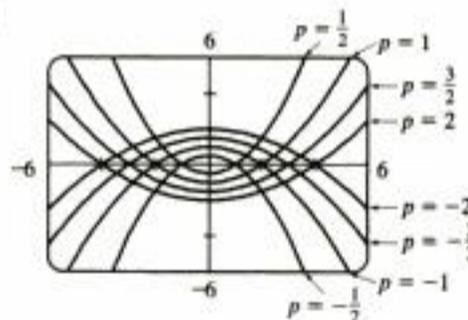


33.



35. a) $F < 17$ b) $F = 17$ c) $F > 17$

37. a)



c) Las parábolas se cierran

39. $\frac{(x + 150)^2}{18\,062\,500} + \frac{y^2}{18\,040\,000} = 1$

Sección 10.5 ■ página 790

1. $(\sqrt{2}, 0)$ 3. $(0, -2\sqrt{3})$ 5. $(1.6383, 1.1472)$

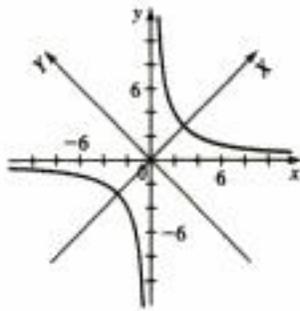
7. $X^2 + \sqrt{3}XY + 2 = 0$

9. $7Y^2 - 48XY - 7X^2 - 40X - 30Y = 0$

11. $X^2 - Y^2 = 2$

13. a) Hipérbola b) $X^2 - Y^2 = 16$

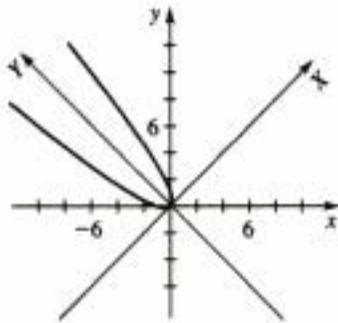
c) $\phi = 45^\circ$



15. a) Parábola

b) $Y = \sqrt{2}X^2$

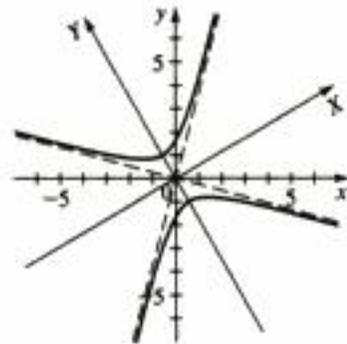
c) $\phi = 45^\circ$



17. a) Hipérbola

b) $Y^2 - X^2 = 1$

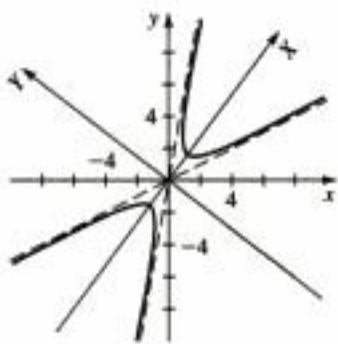
c) $\phi = 30^\circ$



19. a) Hipérbola

b) $\frac{X^2}{4} - Y^2 = 1$

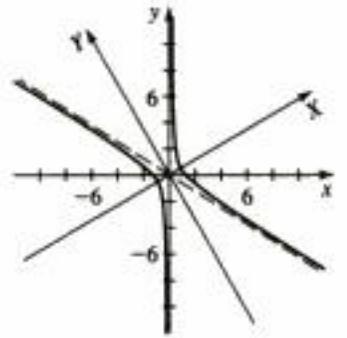
c) $\phi \approx 53^\circ$



21. a) Hipérbola

b) $3X^2 - Y^2 = 2\sqrt{3}$

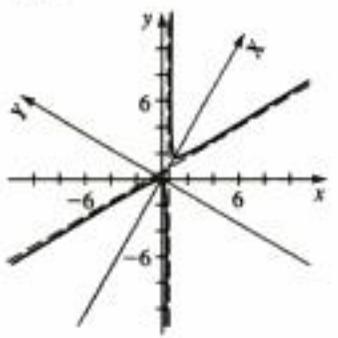
c) $\phi = 30^\circ$



23. a) Hipérbola

b) $(X - 1)^2 - 3Y^2 = 1$

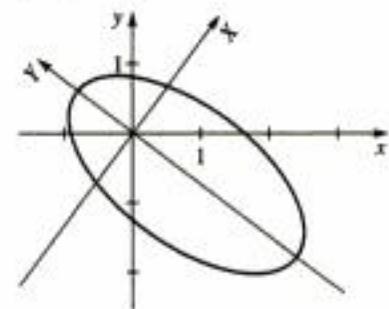
c) $\phi = 60^\circ$



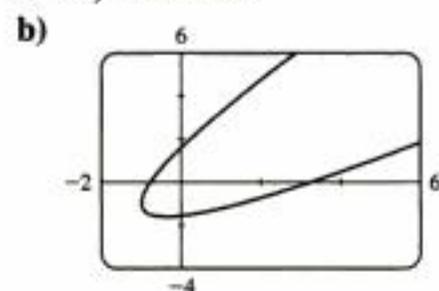
25. a) Elipse

b) $X^2 + \frac{(Y + 1)^2}{4} = 1$

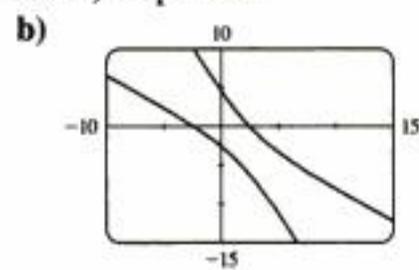
c) $\phi \approx 53^\circ$



27. a) Parábola



29. a) Hipérbola



31. a) $(X - 5)^2 - Y^2 = 1$

b) Coordenadas XY:

$C(5, 0); V_1(6, 0), V_2(4, 0); F(5 \pm \sqrt{2}, 0);$

coordenadas xy:

$C(4, 3); V_1(\frac{24}{5}, \frac{18}{5}), V_2(\frac{16}{5}, \frac{12}{5}); F_1(4 + \frac{4}{3}\sqrt{2}, 3 + \frac{4}{3}\sqrt{2}),$

$F_2(4 - \frac{4}{3}\sqrt{2}, 3 - \frac{4}{3}\sqrt{2})$

c) $Y = \pm(X - 5); 7x - y - 25 = 0, x + 7y - 25 = 0$

33. $X = x \cos \phi + y \sin \phi; Y = -x \sin \phi + y \cos \phi$

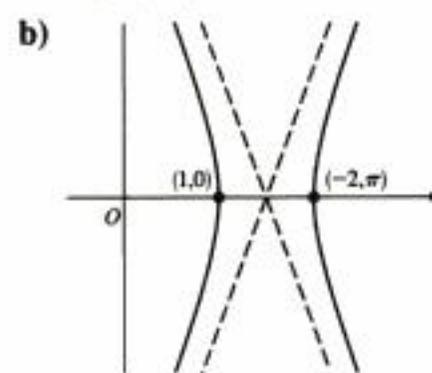
Sección 10.6 ■ página 799

1. $r = 6/(3 + 2 \cos \theta)$ 3. $r = 2/(1 + \sin \theta)$

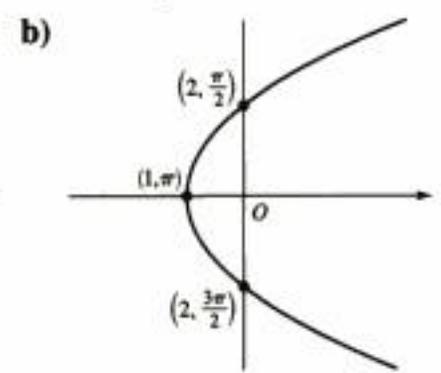
5. $r = 20/(1 + 4 \cos \theta)$ 7. $r = 10/(1 + \sin \theta)$

9. II 11. VI 13. IV

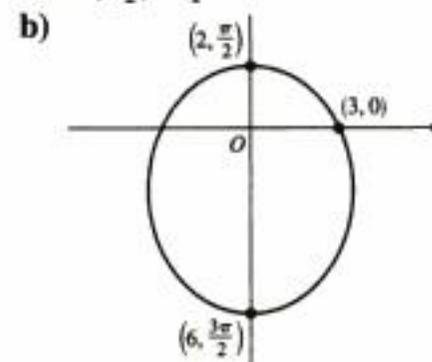
15. a) 3, hipérbola



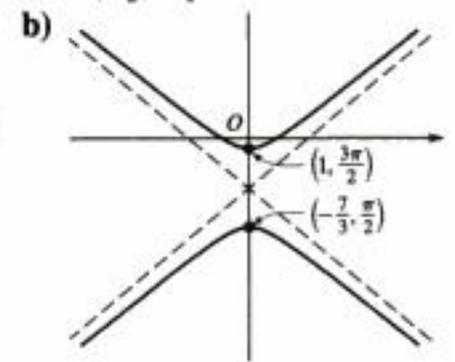
17. a) 1, parábola



19. a) $\frac{1}{2}$, elipse

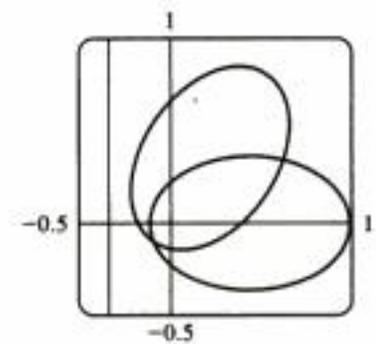


21. a) $\frac{5}{2}$, hipérbola

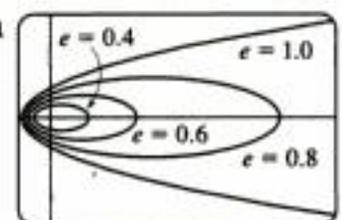


23. a) $e = \frac{3}{4}$, directriz $x = -\frac{1}{3}$

b) $r = \frac{1}{4 - 3 \cos(\theta - \frac{\pi}{3})}$



25. La elipse es casi una circunferencia cuando e se acerca a 0 y se vuelve más alargada cuando $e \rightarrow 1^-$. En $e = 1$, la curva se transforma en una parábola.



27. b) $r = (1.49 \times 10^8)/(1 - 0.017 \cos \theta)$ 29. 0.25

37. $1 - \sqrt{2}, 1 - \sqrt{3}, -1, 1 - \sqrt{5}; S_n = 1 - \sqrt{n+1}$

39. 10 41. $\frac{11}{6}$ 43. 8 45. 31 47. 385 49. 46438

51. 22 53. $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{5}$

55. $\sqrt{4} + \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{9} + \sqrt{10}$

57. $x^3 + x^4 + \dots + x^{100}$ 59. $\sum_{k=1}^{100} k$ 61. $\sum_{k=1}^{10} k^2$

63. $\sum_{k=1}^{999} \frac{1}{k(k+1)}$ 65. $\sum_{k=0}^{100} x^k$ 67. $2^{(2^n-1)/2^n}$

69. a) 2004.00, 2008.01, 2012.02, 2016.05, 2020.08, 2024.12

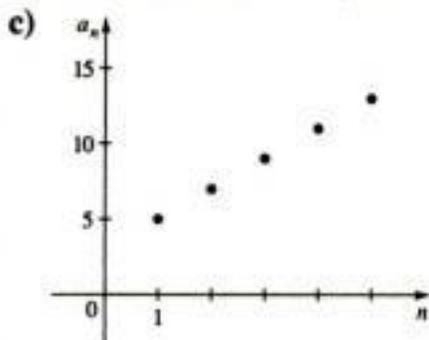
b) \$2149.16

71. a) 35 700, 36 414, 37 142, 37 885, 38 643 b) 42 665

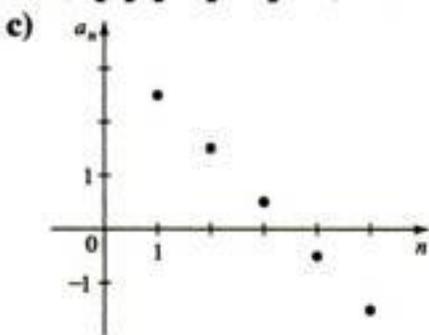
73. b) 6898 75. a) $S_n = S_{n-1} + 2000$ b) \$38 000

Sección 11.2 ■ página 837

1. a) 5, 7, 9, 11, 13 b) 2



3. a) $\frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ b) -1



5. $a_n = 3 + 5(n - 1), a_{10} = 48$

7. $a_n = \frac{5}{2} - \frac{1}{2}(n - 1), a_{10} = -2$

9. Aritmética, 3 11. No es aritmética

13. Aritmética, $-\frac{3}{2}$ 15. Aritmética, 1.7

17. 11, 18, 25, 32, 39; 7; $a_n = 11 + 7(n - 1)$

19. $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}$; no es aritmética

21. -4, 2, 8, 14, 20; 6; $a_n = -4 + 6(n - 1)$

23. 3, $a_5 = 14, a_n = 2 + 3(n - 1), a_{100} = 299$

25. 5, $a_5 = 24, a_n = 4 + 5(n - 1), a_{100} = 499$

27. 4, $a_5 = 4, a_n = -12 + 4(n - 1), a_{100} = 384$

29. 1.5, $a_5 = 31, a_n = 25 + 1.5(n - 1), a_{100} = 173.5$

31. $s, a_5 = 2 + 4s, a_n = 2 + (n - 1)s, a_{100} = 2 + 99s$

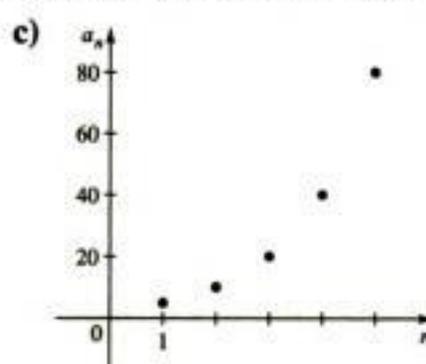
33. $\frac{1}{2}$ 35. -100, -98, -96 37. 30o. 39. 100 41. 460

43. 1090 45. 20 301 47. 832.3 49. 46.75 53. Sí

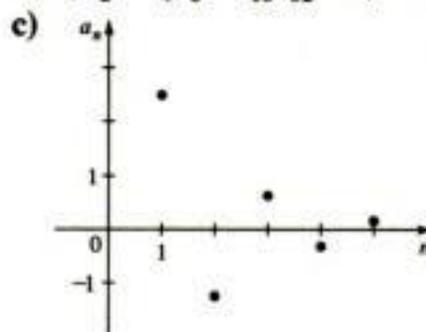
55. 50 57. \$1250 59. \$403 500 61. 20 63. 78

Sección 11.3 ■ página 844

1. a) 5, 10, 20, 40, 80 b) 2



3. a) $\frac{5}{2}, -\frac{5}{4}, \frac{5}{8}, -\frac{5}{16}, \frac{5}{32}$ b) $-\frac{1}{2}$



5. $a_n = 3 \cdot 5^{n-1}, a_4 = 375$ 7. $a_n = \frac{5}{2}(-\frac{1}{2})^{n-1}, a_4 = -\frac{5}{16}$

9. Geométrica, 2 11. Geométrica, $\frac{1}{2}$ 13. No es geométrica

15. Geométrica, 1.1 17. 6, 18, 54, 162, 486; geométrica, razón común 3; $a_n = 6 \cdot 3^{n-1}$

19. $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \frac{1}{256}, \frac{1}{1024}$; geométrica, razón común $\frac{1}{4}$; $a_n = \frac{1}{4}(\frac{1}{4})^{n-1}$

21. 0, $\ln 5, 2 \ln 5, 3 \ln 5, 4 \ln 5$; no es geométrica

23. 3, $a_5 = 162, a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

25. -0.3, $a_5 = 0.00243, a_n = (0.3)(-0.3)^{n-1}$

27. $-\frac{1}{12}, a_5 = \frac{1}{144}, a_n = 144(-\frac{1}{12})^{n-1}$

29. $3^{2/3}, a_5 = 3^{11/3}, a_n = 3^{(2n+1)/3}$

31. $s^{2/7}, a_5 = s^{8/7}, a_n = s^{2(n-1)/7}$

33. $\frac{1}{2}$ 35. $\frac{25}{4}$ 37. 11o. 39. 315 41. 441 43. 3280

45. $\frac{6141}{1024}$ 47. $\frac{3}{2}$ 49. $\frac{3}{4}$ 51. $\frac{1}{648}$ 53. $-\frac{1000}{117}$ 55. $\frac{7}{9}$

57. $\frac{1}{33}$ 59. $\frac{112}{999}$ 61. 10, 20, 40

63. a) $V_n = 160000(0.80)^{n-1}$ b) Cuarto año

65. 19 pies, $80(\frac{3}{4})^n$ 67. $\frac{64}{25}, \frac{1024}{625}, 5(\frac{4}{5})^n$

69. a) $17\frac{8}{9}$ pies b) $18 - (\frac{1}{3})^{n-3}$ 71. 2801 73. 3 m

75. a) 2 b) $8 + 4\sqrt{2}$ 77. 1

Sección 11.4 ■ página 853

1. \$13 180.79 3. \$360 262.21 5. \$5591.79 7. \$245.66

9. \$2601.59 11. \$307.24 13. \$733.76, \$264 153.60

15. a) \$859.15 b) \$309 294.00 c) \$1 841 519.29

17. \$341.24 19. 18.16% 21. 11.68%

Sección 11.5 ■ página 859

1. Sea $P(n)$ la proposición $2 + 4 + \dots + 2n = n(n + 1)$.

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $2 = 1(1 + 1)$.

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} & 2 + 4 + \cdots + 2k + 2(k + 1) \\ &= k(k + 1) + 2(k + 1) \quad \text{Hipótesis de} \\ & \quad \text{introducción} \\ &= (k + 1)(k + 2) \end{aligned}$$

Por lo que $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .

3. Sea $P(n)$ la proposición

$$5 + 8 + \cdots + (3n + 2) = \frac{n(3n + 7)}{2}.$$

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $5 = \frac{1(3 \cdot 1 + 7)}{2}$

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} & 5 + 8 + \cdots + (3k + 2) + [3(k + 1) + 2] \\ &= \frac{k(3k + 7)}{2} + (3k + 5) \quad \text{Hipótesis de} \\ & \quad \text{inducción} \\ &= \frac{3k^2 + 13k + 10}{2} \\ &= \frac{(k + 1)[3(k + 1) + 7]}{2} \end{aligned}$$

Por lo que $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .

5. Sea $P(n)$ la proposición

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + n(n + 1) = \frac{n(n + 1)(n + 2)}{3}.$$

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $1 \cdot 2 = \frac{1 \cdot (1 + 1) \cdot (1 + 2)}{3}$.

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \cdots + k(k + 1) + (k + 1)(k + 2) \\ &= \frac{k(k + 1)(k + 2)}{3} + (k + 1)(k + 2) \quad \text{Hipótesis de} \\ & \quad \text{inducción} \\ &= \frac{(k + 1)(k + 2)(k + 3)}{3} \end{aligned}$$

Por lo que $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .

7. Sea $P(n)$ la proposición

$$1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n + 1)^2}{4}.$$

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $1^3 = \frac{1^2 \cdot (1 + 1)^2}{4}$.

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} & 1^3 + 2^3 + \cdots + k^3 + (k + 1)^3 \\ &= \frac{k^2(k + 1)^2}{4} + (k + 1)^3 \quad \text{Hipótesis de} \\ & \quad \text{inducción} \\ &= \frac{(k + 1)^2[k^2 + 4(k + 1)]}{4} \\ &= \frac{(k + 1)^2(k + 2)^2}{4} \end{aligned}$$

Por lo que $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .

9. Sea $P(n)$ la proposición

$$2^3 + 4^3 + \cdots + (2n)^3 = 2n^2(n + 1)^2.$$

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $2^3 = 2 \cdot 1^2(1 + 1)^2$.

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} & 2^3 + 4^3 + \cdots + (2k)^3 + [2(k + 1)]^3 \\ &= 2k^2(k + 1)^2 + [2(k + 1)]^3 \quad \text{Hipótesis de inducción} \\ &= (k + 1)^2(2k^2 + 8k + 8) \\ &= 2(k + 1)^2(k + 2)^2 \end{aligned}$$

Por lo que $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .

11. Sea $P(n)$ la proposición

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + n \cdot 2^n = 2[1 + (n - 1)2^n].$$

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $1 \cdot 2 = 2[1 + 0]$.

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} & 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2^2 + \cdots + k \cdot 2^k + (k + 1) \cdot 2^{k+1} \\ &= 2[1 + (k - 1)2^k] + (k + 1) \cdot 2^{k+1} \quad \text{Hipótesis de} \\ & \quad \text{inducción} \\ &= 2 + (k - 1)2^{k+1} + (k + 1) \cdot 2^{k+1} \\ &= 2 + 2k2^{k+1} = 2(1 + k2^{k+1}) \end{aligned}$$

Por lo que $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .

13. Sea $P(n)$ la proposición $n^2 + n$ es divisible entre 2.

Paso 1 $P(1)$ es verdadera ya que $1^2 + 1$ es divisible entre 2.

Paso 2 Suponga que $P(k)$ es verdadera. Entonces

$$\begin{aligned} (k + 1)^2 + (k + 1) &= k^2 + 2k + 1 + k + 1 \\ &= (k^2 + k) + 2(k + 1) \end{aligned}$$

Pero $k^2 + k$ es divisible, según la hipótesis de inducción, y $2(k + 1)$ es evidentemente divisible entre 2, de modo que $(k + 1)^2 + (k + 1)$ es divisible entre 2. Entonces $P(k + 1)$ se infiere de $P(k)$. Por lo tanto, según el Principio de la inducción matemática, $P(n)$ se cumple para toda n .